

## **La crisis del liberalismo económico**

Miguel Alfonso Martínez-Echevarría y Ortega  
UNIVERSIDAD DE NAVARRA

### *Una nueva estrategia liberal*

#### **En defensa de la economía de mercado y la democracia liberal**

Después de la segunda guerra mundial, en gran parte como consecuencia de la crítica de Keynes al principio del “laissez faire”, así como de la creencia cada vez más extendida de que, como correspondía a las posibilidades de una economía científica, llegaría un momento en que las predicciones serían cada vez más certeras, con lo que sería factible el cálculo riguroso de los precios de equilibrio, el liberalismo económico se sentía amenazado por un futuro de intervencionismo y planificación.

Para defender los principios del liberalismo económico, según los cuales la única alternativa al libre mercado era el totalitarismo y la economía planificada, hacía falta una nueva estrategia. No se podían seguir defendiendo a partir de una ciencia económica basada en el cálculo real, que trataba de imitar a la física, como había sucedido hasta entonces, se necesitaba un nuevo enfoque que demostrase que la planificación era imposible. Había que llevar a cabo un nuevo planteamiento teórico de la economía que pusiera de manifiesto que solo la conjunción del principio democrático con la libertad de mercado era compatible con la decisión racional del individuo. Elaborar una nueva metodología de la ciencia económica que demostrara que siempre existiría un equilibrio de mercado en el seno de una sociedad fundada en el principio individualista de libertad de mercado, pero que nunca sería posible el cálculo de los correspondientes precios de esa supuesta situación de equilibrio.

En la elaboración de esta nueva estrategia de defensa del principio liberal se seguirían dos vías distintas pero de algún modo complementarias. La primera se propondría demostrar que la existencia de un equilibrio en la economía se fundaba en un enfoque de racionalidad de la elección individual, que para nada necesitaba del cálculo y del psicologismo. Debía quedar claro que el orden social tendría que producirse necesariamente, pero que de ningún modo

podría ser calculado. No debía dejar ningún resquicio algún tipo de ingeniería social. Cualquier intento de planificación centralizada, bajo el control de una autoridad no democrática, estaba condenado al fracaso. Esto impulsaría el desarrollo de un nuevo enfoque de la ciencia económica a partir de una teoría abstracta de la decisión social.

La segunda vía trataba de demostrar, por vía empírica, que en una sociedad organizada según los principios liberales existía una tendencia natural al equilibrio, de tal manera que cualquier intento de intervención sobre la marcha economía, con la disculpa de llevarla al equilibrio lo más rápidamente posible, lo único que producía era un aumento del desequilibrio y un retraso en el proceso de recuperación del equilibrio. El orden social solo podía ser resultado de un acuerdo tácito entre individuos libres e iguales que se proponen perseguir sus propios intereses sin ningún intento de definir un interés común.

La primera vía recibiría un importante impulso a partir de la aparición de una nueva matemática axiomática surgida de la crítica a la falta de fundamento riguroso del cálculo infinitesimal o análisis real. Esta nueva matemática llevada a cabo por destacados miembros del “círculo de Viena”, la mayoría de los cuales, como consecuencia de la persecución a los judíos desatada por los nazis, se habían visto obligados a emigrar a los Estados Unidos de América. La segunda vía, como veremos, recibiría su inspiración del pragmatismo, una filosofía nacida en América del Norte.

El desarrollo de esta nueva estrategia de defensa del liberalismo sería muy bien acogida y, convenientemente respaldada, por un sector muy influyente y poderoso del capitalismo norteamericano de la postguerra. Gentes que estaban convencidas de que la sociedad norteamericana se basaba en una estrecha alianza del mercado y la democracia, que pensaban que el mercado no era un simple mecanismo de asignación eficiente de recursos, sino, sobre todo, el ámbito de ejercicio de las libertades individuales. Pensaban que el estilo de vida de la sociedad norteamericana extraía su vitalidad y legitimidad del impulso competitivo que brotaba de ese modo de entender la libertad de mercado.

## La filosofía pragmatista

El objetivo de filosofía pragmatista, cuyas principales figuras fueron los filósofos norteamericanos, C. S. Pierce (1839-1914), W. James (1842-1910) y J. Dewey (1859-1952) se propuso “la vuelta a los hechos” -los *pragmata*-, de modo que la filosofía debía ocuparse de lo que afectaba a la gente en su vida cotidiana, y dejar de lado las ideas y las teorías que tendían a quedarse en el plano de lo inoperante. Según ese punto de vista, la finalidad del conocimiento, el objetivo de la ciencia, debía reducirse a investigar los modos de mejorar las condiciones de vida de los hombres.

Para los pragmatistas el entorno de la vida humana no debía considerarse algo acabado y completo, sino en continuo cambio, en gran parte como resultado de la misma acción transformadora de los hombres. En consecuencia, el modo de entender la realidad en la que se desenvuelve la vida de los hombres debía ser enfocado como algo problemático, difícil de objetivar, inseparable de la subjetividad humana. En ese sentido, aunque no se trataba de una filosofía del escepticismo, consideraban que todo conocimiento humano era provisional, que se

encontraba en continuo avance y superación. En consecuencia las ciencias no debían elaborar modelos fijos e inalterables, sino prestar atención a los modos prácticos de obtener los conocimientos, inevitablemente ligados a los modos de enfocar y dar solución a los problemas concretos que afectaban a la marcha de la vida de una comunidad, lo que por lo general solía exigir revisar los modos acostumbrados de entender la realidad.

En el caso concreto de las ciencias sociales -sostenía Dewey- que el individuo no podía ser estudiado a partir de un modelo acabado, como alguien encerrado en sí mismo, con unos objetivos fijos y a priori, sino como un proyecto abierto que se iba constituyendo en la medida en que su inteligencia fuera resolviendo los problemas de un entorno que cambiaba como consecuencia de su propia acción. Eso quería decir que el hombre se hacía en un marco social, caracterizado por la competencia y la pugna, donde la igualdad de derechos no debería constituir un obstáculo para que cada uno pudiera perseguir sus propias metas y proyectos.

Una sociedad que daba lugar a hombres libres sería aquella basada en instituciones que fomentaban el espíritu de pugna e individualidad competitiva. La libertad, para Dewey, surgía del ejercicio de la competencia, único modo afirmar la propia individualidad. Para eso, en el núcleo mismo de esa sociedad tenía que situarse una economía en la que no hubiese ningún tipo de protección autoritaria, ni siquiera de los derechos individuales, que correspondía a cada uno defender. Sólo una estrecha alianza entre ciencia aplicada y democracia podría garantizar el logro de una sociedad libre y rica.

En ese marco, las teorías científicas serían instrumentos concebidos para poder mejorar la condición presente de la humanidad. El único modo de asegurarse de que la ciencia cumplía con esa función era saber si permitía predecir con exactitud, si hacía posible un mayor control del entorno humano. De algún modo había que dejar como entre paréntesis lo que fuese la realidad, lo decisivo era que el hombre consiguiese mayor poder y control sobre lo que le rodeaba. Ni siquiera el éxito en la predicción podía entenderse como adecuación con una supuesta realidad, sino que debía ser considerado real lo que proporcionaba mayor potencia operativa humana. Se podría decir que la realidad quedaba reducida al éxito mismo.

La experiencia, entendida como acumulación de poder operativo, resultaba decisiva para juzgar del éxito de los planteamientos científicos, sin poder apelar a ninguna otra instancia desde la que juzgar si eso era positivo o negativo. Hacer teorías se reducía a hacer conjeturas sobre el modo de funcionar de la realidad, a partir de las cuales lograr incrementar el poder disponible.

El conocimiento no era por tanto algo inmutable, sino dependiente de la acumulación de éxitos en resolver los problemas que no cesa de provocar la acción humana sobre el entorno. En ese sentido no hay una realidad desde la que juzgar la acción del hombre, sino que es el éxito de la acción la que decide el sentido de la realidad de las cosas. En otras palabras, hay que dar por supuesto que el hombre nunca puede ir más allá del conocimiento de sí mismo; que no hay nada más allá de su propia capacidad de hacer. El conocimiento no es adecuación del pensamiento con la realidad. Había que dar por definitivamente superado el dualismo sujeto objeto. La verdad científica sería en último término aquello en lo que estaban todos de acuerdo en que era beneficioso, se establecía por tanto de modo democrático y utilitario.

## *La sociedad como posibilidad teórica*

### **La matemática axiomática**

Para los positivistas lógicos del “círculo de Viena”, la matemática había quedado erigida en garante última de los resultados científicos. Era por tanto urgente proceder a su reconstrucción crítica, de modo que no cupiera ninguna duda sobre su rigor lógico. Hacía tiempo que se dudaba de que esto no era así en el caso del cálculo infinitesimal que se fundaba en intuiciones psicológicas muy difíciles de sostener desde el punto de vista lógico. Por este motivo se decidió construir una nueva matemática que fuera una estructura lógica autoconsistente, compuesta de símbolos abstractos, sin necesidad de ningún tipo de interpretación intuitiva. Una nueva matemática independiente de una supuesta realidad ontológica -el mundo de las “cosas en sí”- que existiría con independencia del conocimiento, como sucedía en el cálculo diferencial.

Con este fin el matemático alemán D. Hilbert (1862-1943), se propuso diseñar una nueva matemática compuesta de un conjunto finito de símbolos abstractos -garabatos sin significación- de los cuales, mediante reglas de sintaxis se pudiera construir un conjunto indefinido de fórmulas. De entre estas últimas, unas pocas, llamadas axiomas, permitirían deducir los teoremas fundamentales, subconjunto del conjunto de todas las posibles fórmulas. El sistema así construido sería consistente si quedaba demostrado que los teoremas fundamentales no eran contradictorios entre sí. Sobre estos supuestos procedió, con éxito, a una reconstrucción rigurosa de la geometría de Euclides.

No obstante, otros matemáticos, como F. L. G. Frege (1848-1925) y H. Poincaré (1854-1912), consideraron que Hilbert no había cumplido con su objetivo; no había construido una matemática *ex novo*, sino que se había limitado a reconstruir una que ya existía, la geometría de Euclides, que había sido construida sobre una base intuitiva. Sostenían que las matemáticas no se podían fundamentar por sí solas, que requerían de un preámbulo intuitivo que las dotara de sentido. No les parecía posible establecer fórmulas, definiciones y axiomas en un vacío total de intuiciones. Para hacer matemática se requería de la corporalidad humana.

El proyecto de Hilbert recibiría un golpe definitivo cuando en 1930 el lógico K. Gödel (1906-1978) demostró la imposibilidad de una matemática con coherencia lógica absoluta. A partir de ese momento se llegó a la conclusión de que un rigor matemático incuestionable era una meta inalcanzable.

A pesar de este duro revés, como consecuencia de la creciente influencia del positivismo lógico en muchas áreas de conocimiento, se mantendría la idea de que las ciencias solo merecerían ese nombre si eran matemáticas aplicadas. Para eso era imprescindible que los objetos propios de cada ciencia pudieran ser considerados interpretaciones intuitivas de símbolos neutrales de una matemática abstracta.

## ¿Existe solución al juego del mercado?

Uno de los discípulos más distinguido de Hilbert, el matemático J. von Neumann (1903-1957), que había emigrado a América, donde era profesor en Princeton, fue el primero en plantearse la economía como una estructura matemática.

La inspiración le vino de E. Zermelo (1871-1953), también discípulo de Hilbert, que se había propuesto estudiar el juego del ajedrez desde el punto de vista de su estructura matemática. Su objetivo no era calcular el número de pasos mínimo para “dar jaque mate”, sino demostrar que a partir de estructura lógica del juego se podía demostrar que siempre existiría por lo menos una solución: ganar, perder o quedar “en tablas”.

El juego del ajedrez consiste en 32 elementos –las distintas piezas- que se mueven conforme a reglas bien precisas sobre un tablero cuadrado de 64 casillas iguales. Desde un punto de vista lógico está compuesto de unos elementos simbólicos –las piezas-, unos axiomas o fórmulas básicas –las reglas de movimiento de las piezas-, y de unos teoremas o fórmulas derivadas de los axiomas- las posiciones de las piezas sobre el tablero-.

Jugar una partida de ajedrez es llevar a cabo una sucesión de movimientos reales, resultado de decisiones secuenciales de cada uno de los jugadores, a la vista de las reacciones previsibles del rival. El resultado final depende no sólo de las reglas del juego, sino sobre todo de la psicología de los jugadores, que resulta decisiva a la hora de determinar las acciones y reacciones de los jugadores, de diseñar sus estrategias, que son parte esencial del juego.

A Zermelo solo le interesaba determinar si existía un subconjunto, no vacío, perteneciente al conjunto de todos los movimientos posibles, que constituyese parte de una hipotética “partida ganadora”. Un planteamiento absolutamente abstracto que nada tenía que ver con el juego efectivo de una partida por parte de dos jugadores reales. Su objetivo era demostrar un “teorema de existencia”, algo que Zermelo pudo llevar a cabo con ayuda de algunas propiedades de la teoría de conjuntos.

Tanto para Zermelo, como para Neumann, cualquier actividad práctica, ya fuese jugar una partida de ajedrez, aprender una lengua, o llevar a cabo transacciones de mercado, podría ser expresada mediante una estructura lógica matemática.

Se entiende entonces que Neumann se planteara la economía como una estructura lógica matemática. De todas maneras, como no era algo tan formalizado como el juego del ajedrez, se vio obligado a imponer condiciones al modo de llevar a cabo los intercambios de mercado. Unas condiciones que elegiría más en función de la lógica de su proyecto que por razones económicas.

Comenzaría por definir que el objeto de la economía era la coordinación de las decisiones de intercambio de una multitud de individuos que buscan obtener la mayor ventaja posible. En segundo lugar, por razones de simplificación estructural, supuso que mediante la formación de coaliciones, los intercambios podían ser reducido al caso de dos individuos. Una suposición con la que daba por resuelto el nada sencillo problema de formación de coaliciones. En tercer lugar, supuso que las elecciones de los individuos se realizarían de modo sincrónico -ignorando la

reacción del otro- de ese modo todas las posibles transacciones podían quedar representadas mediante una matriz cuadrada, cuyos elementos serían los “pagos” -pérdidas y ganancias- ligadas a cada posible transacción entre ambos individuos.

Las filas de esa matriz serían las “estrategias” de un individuo, mientras que las columnas serían las “estrategia” del otro individuo. Es decir, filas y columnas representarían las elecciones más probables de cada uno. Un conjunto finito de sucesos discretos, a los que se les asocia una distribución de probabilidad.

Con la introducción de la “matriz de pagos” Neumann daría un enfoque totalmente novedoso del concepto de utilidad. La “estrategia” de cada individuo -una fila o columna- pasaba a ser su utilidad esperada. De este modo la utilidad pasaba a ser un concepto abstracto y a priori, que se limitaba a expresar la consistencia lógica de las posibles elecciones de ambos jugadores, con independencia de cualquier consideración psicologista.

Este nuevo concepto de utilidad daba entrada a una incertidumbre estocástica, abstracta y objetiva, muy distinta de la incertidumbre estratégica -la que surge con ocasión de una acción real de los jugadores-. En otras palabras, una incertidumbre que no es más que una propiedad lógica matemática de un subconjunto abstracto, independiente de cualquier supuesto sobre lo que puedan representar los elementos de ese subconjunto.

Por último, para asegurar que las estrategias eran consistentes entre sí, impuso la condición de “suma cero”, es decir, que en toda transacción la ganancia de un individuo sería necesariamente pérdida para el otro.

Con todas estas condiciones, Neumann pudo demostrar un “teorema de existencia”, es decir, que existía por lo menos una solución de coordinación -una transacción- donde ambos individuos obtendrían la máxima ventaja posible.

Por razones que luego expondremos, Neumann se esforzó para que su diseño sirviese tanto para demostrar un “teorema de existencia”, como para realizar un cálculo, mediante una interpretación intuitiva. Esto quiere decir que por un lado empleó un razonamiento abstracto, basado en las propiedades de la teoría de conjunto, y por otro lado, realizó el cálculo efectivo de una solución -un “punto de silla”- mediante la aplicación del llamado “criterio *mínimax*”.

Desde un punto de vista intuitivo, el método de cálculo supone que los individuos siguen una conducta prudente frente al riesgo, o que eligen la estrategia que consideran óptima, con independencia de la estrategia del otro. De modo más concreto, eligen la mínima de las mayores pérdidas esperadas, o la máxima de las menores ganancias esperadas. En términos formales, eligen el mayor mínimo de cada línea, o el menor máximo de cada columna.

El teorema *mínimas* es un caso particular, el más simple, de los llamados teoremas de “punto fijo”, diseñados por el matemático L. E. J. Brouwer (1881-1966). Aunque Neumann podía haber resuelto su diseño de la economía mediante el recurso a un “teorema de punto fijo”, pero puso especial empeño en que su diseño de la economía admitiera como posible solución un “punto de silla”, de modo que fuera posible también el cálculo. Algo muy fácil de realizar en el caso de

un sistema con dos individuos, pues basta con resolver un sistema muy simple de desigualdades algebraicas; el caso más elemental posible de la llamada técnica de la “programación lineal”.

Entre los motivos que llevaron a Neumann a adoptar esta doble vía es muy probable que uno de ellos fuera que tenía clara conciencia de que la validez del teorema de Brouwer dependía de que se admitiese una interpretación “finitista” del concepto de infinito, lo cual por entonces era objeto de viva discusión. No es lo mismo considerar infinita la sucesión de números naturales, en el sentido de que siempre es posible añadir un número; que considerar que se trata de un conjunto infinito en acto: Esto último es lo que se llama una interpretación “finitista” del concepto de infinito. Además, puesto que la vida de los hombres es limitada, y sólo pueden manejar objetos finitos, el número de pasos para demostrar un teorema tiene que ser finito. Aunque no hay inconveniente en admitir el concepto de infinito como parte de la lógica de un teorema, no debe formar parte del proceso de demostración, que debe realizarse mediante un número finito de pasos.

Otro motivo pudo ser que Neumann era muy consciente de que el teorema de Gödel había puesto en entredicho la viabilidad del proyecto de Hilbert, y no quería descartar totalmente la vía de demostración efectiva mediante el recurso al cálculo. Una actitud que se vería confirmado cuando, años más tarde, en el campo de la “matemática de la computación”, surgió el llamado “teorema de parada de la máquina de Turing” -equivalente al de Gödel- que volvía a establecer, desde otra perspectiva, la imposibilidad de decidir sobre una determinada proposición lógica.

Por todas estas razones es probable que Neumann se inclinara en favor del método *minimax*, en lugar del teorema del “punto fijo” de Brouwer. De algún modo, deseaba que su modelo no fuese una pura abstracción lógica matemática. Esperaba que con el paso del tiempo el desarrollo de métodos como la programación lineal permitiera enfrentar las decisiones en tiempo real, con incertidumbre estratégica. Aunque ya no se volvería a ocupar de la economía, siempre había buscado el modo de dar entrada en su modelo de la economía a individuos con distintas racionalidades, no uniformadas por reglas impuestas desde fuera, como ocurría con la “matriz de pagos”.

El diseño de Neumann tenía el grave inconveniente de que solo consideraba sujetos colectivos, formados por coaliciones, sin contemplar la posibilidad de una multitud de individuos aislados que intercambian mutuamente. Esta limitación sería superada en 1950 por el también matemático J. Nash (1928- ) que propuso un diseño mucho más general y abstracto de la estructura matemática de una economía. Su solución, conocida como “equilibrio de Nash”, ni requería de la formación de coaliciones, ni se limitaba a dos individuos, ni exigía una “matriz de pagos” de “suma cero”. Se trataba de un problema de coordinación de planes de individuos “solipsistas”, que elegían la estrategia que fuese la mejor réplica a las estrategias elegidas por los restantes individuos. La solución, como no podía ser de otro modo, sería el conjunto de estrategias que no podrían ser mejoradas, desde el punto de vista de todos y cada uno de los individuos. La misma manera de plantear el problema sugería que la solución tenía que ser la demostración de un “teorema de punto fijo” aplicado al conjunto de todas las estrategias posibles que constituían la estructura matemática de la economía. Esta sencillez conceptual

explica que la demostración del llamado “teorema de Nash” fuese simple, elegante e inmediata. De hecho, no ocupa más de dos páginas.

Nash publicó este resultado en una revista matemática, destacando los aspectos puramente formales, sin hacer referencia a los aspectos económicos. Esto explica que pasase desapercibido para los economistas. Transcurridos unos años, su concepto de “equilibrio” sería considerado, por los economistas liberales de la escuela de la elección racional la expresión más rigurosa y objetiva del principio económico básico. Acabarían afirmando que por fin se disponía de una demostración racional y rigurosa de que el orden social sería resultado –no calculable– de las decisiones de una multitud de individuos, que se guiaba por una racionalidad instrumental objetiva, siguen sus propios objetivos, y actúan con independencia los unos de los otros.

Mientras Neumann y Nash habían planteado la economía como una estructura lógica matemática, los economistas persistían en recurrir al análisis real, es decir buscaban modo de calcular el vector de precios de equilibrio. Un camino que planteaba no pocos problemas. Por lo pronto exigía algún tipo de dinámica interna de tendencia al equilibrio que hacía inevitable recurrir a la cada vez más desacreditada hipótesis psicologista. En el plano político porque el cálculo constituía un arma de doble filo, podía ser empleado tanto en favor del individualismo democrático, como en favor de una planificación centralizada.

El norteamericano P. Samuelson (1915-2009) propuso limitarse a lo único observable de la conducta humana, dando por supuesto que las “preferencias” quedaban perfectamente reveladas en el acto de elección, de modo que no hubiera que suponer dinámica psicológica alguna. Su objetivo era borrar toda distinción entre la racionalidad como maximización, que exige la presencia de una causalidad psicologista, y la racionalidad como consistencia, que solo tiene que ver con la lógica.

Con estos supuestos la elección podría ser expresada en términos lógicos formales, de modo que el individuo sería una especie de algoritmo -una máquina matemática de elección- que ordena sus preferencias con absoluta consistencia lógica. A partir de estos supuestos Samuelson pudo deducir “casi” todos los resultados de la teoría de la demanda obtenidos hasta entonces.

El individuo había quedado reducido a un *quidam rationalis*, tan abstracto y formalista, tan alejada de todo agente empírico, que a su lado el modelo del *homo oeconomicus* resultaba de un realismo sorprendente. Incluso la famosa “fotografía de las preferencias” del individuo, de que había hablado Pareto para referirse a las curvas de indiferencia, resultaba demasiado concreta y pictórica. Una máquina lógica de elección que podía aplicarse tanto a un hombre, a un grupo de hombres, a un animal, o una máquina.

El terreno quedaba así preparado para que en 1954, L. Savage (1917-1971) definiera la utilidad como una propiedad probabilística ligada al conjunto de hechos esperados que definen una elección. A partir de entonces, una elección se define como racional si se corresponde con el subconjunto de decisiones, de entre todas las posibles, que tenga la mayor utilidad esperada.

Una definición de utilidad que tenía un antecedente remoto en la solución que D. Bernoulli (1700-1782) propuso para la llamada “paradoja de San Petersburgo”. En 1773 con ocasión de

una apuesta sobre el número de veces que había que lanzar una moneda hasta que apareciera cara, se planteó la citada paradoja. Si el jugador apuesta por la tirada  $k$  su premio sería  $2^k$  monedas elevado a  $k$ . ¿Cuántas monedas estaría dispuesto a pagar alguien por participar en este juego? La paradoja reside en que desde el punto de vista teórico esa cantidad sería infinita, ya que ese era el valor matemático de la ganancia esperada, pero en la realidad nadie está dispuesto a pagar más que dos o cuatro monedas por tomar parte en el juego.

Para resolver la paradoja Bernouilli sostuvo que al jugador no le interesa la ganancia esperada sino la utilidad esperada, que efectivamente, una vez calculada, vale entre dos y cuatro monedas. Una solución que supone que la ganancia monetaria del juego tiene utilidad marginal decreciente en forma logarítmica. En consecuencia Bernouilli no llegó a resolver la paradoja, ya que no proporcionó ninguna explicación de por qué la utilidad monetaria era decreciente. En cualquier caso, sentó las bases para una definición axiomática y formal de una utilidad abstracta, que sería lo que años después llevaría a cabo Savage.

La solución de Bernouilli puso de relieve que el individuo nunca contempla un conjunto infinito de elementos -ganancia infinita- pues nunca lo considera en acto. Sólo tiene presente los sucesos factibles, las dos primeras tiradas de la moneda. Como ya había advertido Poincaré a Walras, dar por supuesto un horizonte temporal infinito, entender que los individuos tenían una perfecta previsión, constituía no sólo una falta de realismo, sino un uso equivocado del concepto matemático de infinito.

## La imposibilidad del cálculo del bienestar

Posiblemente K. Arrow (1921- ) haya sido el economista que más se ha ajustado a los ideales del nuevo individualismo liberal. Su preocupación siempre fue elaborar argumentos en defensa de la democracia y la economía de mercado, inspirados en el concepto pragmatista de individuo como libertad en proyección.

Formado en el positivismo lógico de B. Russell, de quien había recibido la idea de que la ciencia debía estar fundada en un sólido razonamiento abstracto, consideraba que la economía solo llegaría a ser una verdadera ciencia si lograba dar expresión abstracta y formalizada a las conductas de los individuos.

Siendo un joven economista participó en los debates entre la economía capitalista y socialista, que tuvieron lugar en algunos ámbitos académicos norteamericanos en los años cuarenta del siglo pasado, con ocasión de las propuestas del programa político del *new deal* con el que Roosevelt había ganado las elecciones presidenciales.

Los temas principales de ese debate fueron sobre la posibilidad de llevar adelante la planificación económica, y de modo más en concreto, si era posible el cálculo efectivo de los precios del equilibrio general. ¿Era posible establecer criterios racionales de decisión social a la hora de diseñar y llevar adelante políticas económicas y sociales, tomando como punto de partida las preferencias y decisiones de los individuos? Supuesto que cada individuo tuviese un conjunto bien ordenado de preferencias sobre los estados posibles de bienestar social, ¿qué

condiciones deberían cumplirse para establecer una “constitución”, es decir, un conjunto de reglas que permitieran una elección colectiva, racional y óptima, del estado de bienestar social?

Recurriendo a la teoría matemática de conjuntos, Arrow pudo demostrar que la respuesta a esa pregunta era negativa. La expresión colectiva del interés público o social a partir de las preferencias de dos o más individuos sobre tres o más alternativas era una imposibilidad lógica.

Un resultado muy parecido al alcanzado por Condorcet, cuando en 1785, llegó a la conclusión de que la elección por voto mayoritario nunca llevaba a una ordenación consistente de las preferencias de todos los participantes. En otras palabras, que la transitividad completa no era posible. Arrow estaba convencido de que con este resultado había proporcionado un argumento muy sólido contra todo tipo de intento de planificación económica centralizada.

La demostración de Arrow introducía una nueva definición de la racionalidad del individuo, o de la acción racional, una extraña conjunción de objetividad de relaciones lógicas con supuestas preferencias subjetivas, valores y fines, muy en línea con el planteamiento emotivista de Robbins. Lo cual no tiene nada de extraño ya que, para Arrow, la tradición liberal debía abandonar el idealismo filosófico para aceptar el relativismo moral: permitir a los individuos absoluta libertad para elegir sus propios valores e intereses.

Debajo de esa definición de racionalidad se escondía su agenda liberal de redefinir el individualismo metodológico de un modo que no fuese utilitarista. Una de las condiciones básicas era la llamada “soberanía del individuo”, alternativa filosófica al gobierno autoritario de una élite que creía saber que era lo mejor para todos los individuos.

En cualquier caso el teorema de imposibilidad de Arrow tuvo un fuerte impacto en el desarrollo de la economía neoclásica. Puso en duda que las conclusiones de política económica tuviesen un sólido fundamento microeconómico: que fueran consecuencia de decisiones individuales óptimas. Planteaba la necesidad de estudiar como se podía llevar a cabo la agregación de decisiones individuales, algo que como luego veremos sería muy importante a la hora de mantener la legitimidad del enfoque del equilibrio general.

## **La existencia del equilibrio general**

Dentro de su proyecto intelectual de defensa del liberalismo, Arrow no solo tenía que poner de manifiesto la imposibilidad de cálculo de los precios de equilibrio, con vistas a negar la posibilidad de una planificación centralizada, sino que también tenía que llevar a cabo una demostración científica de que a pesar de esa imposibilidad, una sociedad donde cada individuo tuviese completa libertad para elegir y perseguir sus propios fines, con independencia de los demás, no daría lugar a una situación de conflicto y caos, sino a un orden social estable.

Para llevar adelante esa demostración se inspiraría en los enfoques de Pareto, que había sido el primero que había puesto las bases para lograr dar solución a ese tipo de problemas, pero que había fracasado por haber seguido el camino equivocado, el recurso al cálculo efectivo. Sin embargo en ese momento, en opinión de Arrow, se disponía del instrumento adecuado -la moderna teoría abstracta de conjuntos- con el que llevar a cabo con éxito esa demostración.

Pareto no se había planteado el concepto de equilibrio como algo normativo: la descripción de una situación de máximo bienestar para todos los individuos, sino como un modo de juzgar la eficiencia en la asignación de una cantidad fija de recursos disponible. A partir de un diseño muy similar a la “caja de Edgeworth” para un gran número de individuos y mercancías, había supuesto que una situación cualquiera de una economía podía quedar representada por un punto del llamado “núcleo” de ese diagrama, ¿existiría otro punto del “núcleo” de esa diagrama donde aumentara el bienestar de todos y cada uno de los individuos que componían esa economía? Si la respuesta era negativa, ese punto sería por definición un equilibrio general, ya que nadie estaría interesado en cambiar la distribución de bienes. En otras palabras, aunque nunca llegaría resolverlo de modo riguroso, Pareto había dejado planteado un “teorema de existencia”.

En el diseño tipo “caja de Edgeworth” empleado por Pareto, el estado de equilibrio de la economía vendría determinado por el punto de tangencia de las “curvas de indiferencia” donde se diera la igualdad de las tasas marginales de sustitución de todos los individuos. Ese punto, por definición debería pertenecer al hiperplano que separara completamente esas curvas. Pero en el marco del análisis real, donde se movía Pareto, no había modo de convertir en global la propiedad local de la tangencia entre curvas de indiferencia.

Después del fracaso de Pareto, otro economista italiano, E. Barone (1859-1924), con vistas a demostrar que era posible una planificación de la economía, planteó el mismo problema desde el lado de la producción. Se propuso demostrar que existía una situación óptima de compatibilidad entre las posibles actividades productivas que utilizaran un mismo conjunto de factores de producción. Para eso había que hallar la solución de un sistema de relaciones lineales homogéneas de primer grado, representativas de las distintas combinaciones productivas de factores empleadas en esa economía. Una solución que desde el punto de vista económico se correspondería con un vector de precios, con los que habría igualdad entre los ingresos y los gastos de todos los productores, de modo que los beneficios de todos ellos serían nulos.

Barone halló la solución mediante una técnica de separación de conjuntos mediante líneas rectas -que se conoce como “programación matemática lineal”-. Un procedimiento que no tenía las limitaciones del cálculo diferencial, pero que nunca daría lugar a un cálculo efectivo debido a la dificultad insuperable de la tan enorme cantidad de información requerida para aproximarse algo a lo que sucedía en la realidad.

Concedor de estos intentos, Arrow, siguiendo la intuición de Pareto, se propuso plantear la economía como una generalización del diseño de la “caja de Edgeworth”, pero en el nuevo ámbito de la teoría de conjuntos. De ese modo, para demostrar el “teorema de existencia” de una posible solución óptima, bastaba con recurrir a las propiedades de los conjuntos convexos, aquellos conjuntos que son totalmente separables mediante hiperplanos.

De este modo podría demostrar que en una economía donde individuos aislados tomaban decisiones de modo descentralizado existía por lo menos un equilibrio general competitivo, es decir, un estado donde las decisiones de todos los individuos serían compatibles de modo

óptimo. En otras palabras, que esa economía sería capaz de generar un sistema de precios que llevaría a un orden social estable, en lugar de a un potencial caos.

En 1970, el economista indio A. Sen (1933- ), que había dedicado muchos años a estudiar la relación entre la teoría de la decisión racional social y la economía clásica del bienestar, llegó a la conclusión de que no era posible establecer un óptimo de Pareto en el seno de una sociedad liberal, definida al modo de Arrow. En otras palabras, que había una contradicción entre el teorema de imposibilidad de Arrow y su teorema de existencia. Algo que era comprobable de modo inmediato en el caso de dos individuos que tuviesen que decidir entre tres opciones. No había modo de llegar a una decisión que cumpliese la condición de “dominio universal”, la “condición de Pareto”, y la condición de “mínimo de liberalismo”. En otras palabras, que los derechos individuales resultaban incompatibles con el bienestar social, definido en el sentido de Pareto.

En una línea muy parecida el economista británico R. Sugden puso de manifiesto, en 1991, que en la teoría de la elección racional social de Arrow la existencia de la coerción era algo axiomático. Mientras en el esquema de Pareto los individuos se preocupaban solo de sus bienes, y no tenían preferencias sobre la situación de los otros, en el de Arrow estaba implícita una visión sobre el resultado total. Luego el concepto de óptimo de Pareto había quedado esencialmente alterado en el enfoque de Arrow.

Al mismo tiempo que Arrow establecía sus “teorema de existencia”, otro economista matemático, G. Debreu (1921-2004) se propuso estudiar los problemas de existencia de un óptimo social a partir de un enfoque puramente formal, dejando de lado los aspectos semánticos o interpretativos, es decir, planteándolo como un problema expresable en un lenguaje formal, vacío de “posibles realidades”.

Aunque en su opinión la posible interpretación económica era algo sobrevenido, y en cierto sentido secundario, nunca dejaría de apoyarse en los conceptos intuitivos del equilibrio general, tal como habían sido planteados por Walras, pues le servían como propedéutica para la construcción de sus modelos matemáticos abstractos. Una vez transformados en puros objetos matemáticos, vacíos de sentido, pudo establecer los teoremas que constituyen lo que podríamos llamar una economía topológica.

En un trabajo posterior, en colaboración con Arrow, demostraron que una economía abstracta tenía por lo menos una solución, que venía a coincidir con el llamado “equilibrio de Nash”. Demostración que llevaron a cabo mediante el teorema del punto fijo de Brouwer, o mejor dicho, mediante una variante, debida al matemático japonés Kakutani.

Podemos concluir diciendo que en el período comprendido entre los años 1940 y 1960 el problema económico, ya fuese enfocado como juego de intercambios entre una multitud de jugadores, o como “equilibrio general”, había sido “resuelto” por tres vías independientes: por un teorema *minimax*, que fue la vía de Neumann; por un teorema de separación de los conjuntos convexos que fue la vía de Arrow y Debreu; y por un teorema de un “punto fijo”, que fue la vía de Nash. En 1962 el matemático H. Uzawa (1928- ) pudo demostrar que los tres tipos de teoremas eran rigurosamente equivalentes desde el punto de vista formal.

## Las razones del fracaso del enfoque del “equilibrio general”

A comienzos de la década de los setenta, el trabajo de Arrow y Debreu llegaría a ser considerado como el máximo logro científico de la llamada economía matemática. Para muchos pasó a ser el prototipo de lo que en lo sucesivo debería ser el desarrollo de la ciencia económica. No obstante, su triunfo sería efímero, pronto se comprobaría que adolecía de graves deficiencias, no sólo formales, sino también conceptuales.

Casi en los mismos años que se llevaban adelante los trabajos de Arrow y Debreu, en el Cambridge británico, se desarrollaba una visión de la economía en la que el equilibrio no desempeñaba un papel central, ni había modo de conectar las decisiones de los individuos con la situación en la que se encontraba la economía en cada momento, con lo que dejaba de tener sentido hablar del logro de un óptimo social. Esto provocaría que se empezara a prestar mucha atención a las situaciones de no equilibrio, y de modo especial al modo en que se recuperaba el equilibrio.

Dentro de los defensores del enfoque del equilibrio general de la economía, y más en concreto de los resultados obtenidos por Arrow y Debreu, se sintió la urgente necesidad de demostrar algunos resultados fundamentales para seguir manteniendo la supremacía del paradigma del equilibrio. Más en concreto, se dieron cuenta de que no bastaba con demostrar la existencia teórica de una situación de equilibrio, sino que también se hacía necesario demostrar que era único y estable. Medio siglo después y después de muchos intentos, ninguno de esos objetivos pudo alcanzado. Todos los intentos habían constituido un fracaso.

En 1970 se produjo lo que se podría llamar una sucesión de espectaculares resultados de imposibilidad, que desde entonces son conocidos como teoremas SMD, de Sonnenschein-Mantel-Debreu. Según esos resultados, a pesar de que en los modelos de Arrow-Debreu, a nivel individual se disponía de un conjunto de axiomas de conducta bien establecida, cuando se pasaba a nivel agregado, el comportamiento de los excesos de demanda se habían fijado de modo arbitrario, excepto en lo que se refiere a las condiciones impuestas por el propio formalismo, necesarias para demostrar la existencia del equilibrio. Si esto era así, no había posibilidad alguna de demostrar la unicidad, la estabilidad, y otras importantes propiedades de ese equilibrio, como eran las posibilidades de una estática comparativa, de una identificación econométrica, etc. Los teoremas SMD pusieron de manifiesto que la teoría formalista del equilibrio general había desembocado en un callejón sin salida: no había posibilidad de llegar a ningún otro resultado positivo más allá de la posibilidad de existencia, bajo condiciones muy restrictivas.

Las causas de esos fracaso residía en la imposibilidad de introducir un proceso dinámico en el esquema de los modelos de Arrow y Debreu, que por definición son esencialmente estáticos, o mejor dicho, se sitúan fuera de cualquier concepto de tiempo.

Por otro lado, introducir una dinámica en esos modelos resultaba inevitable, pues era el único modo de estudiar si podía alcanzar un punto de equilibrio, y si éste era único. Sin la existencia de una dinámica no se veía como se podía demostrar que todas las posibles

trayectorias del sistema convergían hacia un punto -un “atractor”- de todas ellas, donde el sistema llegaría a un equilibrio estable.

Utilizando el lenguaje de la economía, se trataba de demostrar que a partir de unos precios iniciales cualesquiera, que no fuesen de equilibrio, mediante un “proceso de tanteos”, esos precios se irían modificando hasta converger hacia sus valores de equilibrio. Pero, como la estructura formal y abstracta del diseño de la economía llevado a cabo por Arrow-Debreu, no permitía dar entrada a ninguna dinámica, no era posible dar respuesta a la pregunta ¿quién y cómo podría llevar a cabo esa modificación de los precios hacia sus valores de equilibrio?

Por otro lado, mientras no se pudiera demostrar que el equilibrio de Arrow y Debreu era único, podría suceder que hubiese más de un equilibrio, que además podrían ser estables, con lo que entonces no habría modo de demostrar que se había alcanzado un óptimo. Todo esto explica porque han sido incontables los intentos por modelar algo así como un “proceso de tanteos”, compatible con la estructura lógica abstracta de los modelos tipo Arrow-Debreu, sin que hasta el momento ninguno de ellos lo haya logrado de modo satisfactorio.

Se entiende que cuando para demostrar la unicidad y estabilidad del equilibrio se pretendiera dar entrada en esos modelos estáticos y abstractos a algo esencialmente dinámico, como era un “proceso de tanteos”, se llegara a resultados como los de SMD que venían afirmar que en realidad no se podía demostrar nada; ni que la sucesión de excesos de demanda sería caótica o explosiva, ni que convergería a un estado, ni que oscilaría permanentemente de modo altamente inestable.

Como alternativa a la introducción de diseños de modelos de procesos de “tanteos”, que se habían mostrado intratables, se intentó también estudiar el ajuste al equilibrio mediante intercambios con precios que no son de equilibrio. El grave inconveniente es que en tal caso la unicidad y la estabilidad del equilibrio solo puede proceder de la estructura misma de los mercados, lo cual supone una ruptura con el tipo de matemática hasta entonces empleada.

La génesis última de todo este tipo de dificultades reside en el concepto mismo de equilibrio general de la economía. Walras, con el fin de proporcionar algún tipo de justificación de cómo se podría alcanzar el equilibrio general, que daba por supuesto existía, había recurrido a la idea intuitiva de un “proceso de tanteos”; es decir, a una continua revisión de los precios, en función de los excesos de demanda. De este modo, se generaría una sucesión incesante de vectores de precios, que poco a poco por contrastes sucesivos de los errores cometidos, acabaría por converger al vector de precios de equilibrio. Algo que también se podría plantear en términos de una sucesión de excesos de demandas; que poco a poco, por contraste de errores, convergería a un valor nulo. En cualquier caso, para Walras, no había ninguna duda de que un proceso recursivo, como era el “proceso de tanteos”, llegaría un momento en que se convertiría en un estado, en una situación de equilibrio estable. Una intuición que nunca fue capaz de demostrarlo en forma rigurosa, pero que expresó a través de la metáfora del “subastador”, una especie de “demonio” dotado de omnisciencia y omnipotencia, que daría respuesta a preguntas tan difíciles de responder como: ¿Quién y por qué medios “revisaría” los precios? ¿Quién y de qué modo llevaría la cuenta del número de iteraciones realizadas? ¿Por qué ese número de iteraciones no podría ser infinito, de modo que nunca se alcanzase el equilibrio?

La incapacidad de una demostración rigurosa vía cálculo de la existencia de un mecanismo real que desempeñara la función del “subastador”, de llevar a cabo la conversión de un proceso en un estado, fue lo que llevaría al recurso a los teoremas de existencia como un modo de evitar enfrentarse con dar solución a problemas operativos de tamaño complejidad. Esos teoremas ofrecían una vía de salida al hasta entonces irresuelto problema del equilibrio general pero, sobre todo, permitían asegurar que el “laissez faire” no provocaba un caos social. Pero tenían el muy grave inconveniente de que para llevar adelante su demostración se exige un tipo de abstracción que se aparta mucho de la realidad. Supone, por ejemplo, identificar preferencias con decisiones, o tomar a los individuos por conjuntos abstractos bien ordenados, lo cual, por principio, excluye cualquier enfoque dinámico del problema.

Una posible solución a este tipo de dificultad vino de un campo científico tan distinto y alejado como la “matemática de la computación”. En su seno se había establecido un teorema fundamental, según el cual no era posible, a partir de un autómata finito, construir de modo recursivo un mecanismo capaz de computación universal. Dicho de otro modo, no era posible que un sistema sin capacidad de auto organización se transformase, por sí mismo, en otro que sí la tuviese. Para dar ese paso se necesitaría de algo que estuviese más allá de la naturaleza algorítmica. Este teorema resultó muy esclarecedor para entender porque la demostración vía “tanteos” estaba cerrada: no hay posibilidad de que un proceso algorítmico iterativo llegue por sí mismo a convertirse en un equilibrio. Se cayó en la cuenta que el recurso a la figura ficticia del “subastador” era ese algo más allá de la naturaleza algorítmica, más allá del puro proceso de los tanteos, que puede dar el salto y pasar del proceso al equilibrio.

En el momento presente, los métodos constructivos de cálculo del equilibrio basados en el uso de algoritmos se suelen situar en lo que se llama enfoque digital o computacional de la economía. Pero conviene advertir que ya no se trata del enfoque de tanteos de Walras, que no se plantea como cálculo digital, sino analógico. En otras palabras, en los enfoques de equilibrio nunca se plantea la economía como un proceso sino como un estado. Eso explica la inevitable necesidad del subastador, de ese “demonio” capaz de dar el salto desde el modo digital de los “procesos de tanteos” o aproximaciones sucesivas, al modo analógico de la determinación de un estado de equilibrio, mediante la resolución de un sistema de ecuaciones bien determinadas. Un paso que, ahora ha quedado de manifiesto, no se puede lograr mediante computación, o lo que es lo mismo, mediante un mecanismo, por complejo que éste sea. Una imposibilidad que para la economía está relacionada con los problemas de “auto referencia”, de “regresión a infinito”, o de “reproducción”, que se plantean siempre que se trata de formalizar la formación de expectativas y el aprendizaje, que son propios de la acción humana. Se resuelven en la práctica pero son intratables desde el punto de vista formal.

Se puede entender ahora las razones del aparente “éxito” que tuvo el recurso a los teoremas de “punto fijo” de Brouwer. Permitían establecer la existencia de un equilibrio, sin tener que resolver ningún proceso de tanteos, ni suponer la operación de algún tipo de dinámica que inevitablemente, de un modo u otro tenía que recurrir a algún tipo de psicologismo. Todo lo que se requería era definir el agente como un conjunto bien ordenado. No obstante, Arrow y Debreu nunca dejaron de suponer que la conducta económica de los individuos tenía una motivación simple y constante. Algo que en realidad no encaja con el enfoque abstracto que

habían empleado, pero venía exigido por el muy antiguo prejuicio, por lo menos desde los tiempos de Walras, de que la economía debía ser enfocada como un problema de “optimización paramétrica”.

Plantear la economía como un problema de optimización paramétrica quiere decir que se plantea como un sistema dotado de una dinámica real y objetiva  $H^*$ , percibida por cada individuo como la representación subjetiva  $H$ . En términos económicos,  $H^*$  serían las fuerzas objetivas que llevan al equilibrio general, mientras que  $H$  serían las fuerzas subjetivas que llevan a cada individuos a su equilibrio particular: a la satisfacción de sus propias necesidades. Todo se reduce entonces a demostrar que  $H$  converge asintóticamente a  $H^*$ , es decir, que las decisiones de cada individuo para alcanzar su propia satisfacción acaban por llevar mediante aproximaciones sucesivas y de forma asintóticamente a la acción de las fuerzas objetivas  $H^*$  que establecen el estado de equilibrio general. Se puede decir que Walras había pretendido demostrar que a través de un “proceso de tanteos”  $H$  acabaría por converger a  $H^*$ . Ante la imposibilidad de llevar adelante esa demostración, surgió la alternativa de los teoremas de “punto fijo”. La esencia de esos teoremas consiste en demostrar que siempre tiene que existir una aplicación  $T$ , llamada “reacción o mejor respuesta”, que verifica que  $H^* = T(H)$ , o lo que es lo mismo que esa aplicación tiene un “punto fijo”, que es precisamente el equilibrio general. Solo de este modo era posible dar solución al problema de la economía planteada como un problema de optimización paramétrica.

El recurso a los teoremas de “punto fijo”, al dar por supuesto que siempre tiene que existir la aplicación  $T$ , evita tener que enfrentarse con el aspecto dinámico de la economía, con el “proceso de tanteos”, para los que no existe la aplicación  $T$ . En otras palabras, esos teoremas fueron introducidos por razones que nada tienen que ver con la realidad de la conducta económica, sino exclusivamente como un modo de saltar por encima de una limitación metodológica. Se puede decir que, bajo apariencia de rigor topológico, los teoremas de punto fijo imponen que la predicción o estimación subjetiva de los individuos necesariamente tiene que converger con un supuesto valor de equilibrio. Una variante mucho más sofisticada de la hipótesis de la competencia perfecta, impuesta por Walras, pero todavía más alejada de la realidad del hecho económico.

¿De dónde salió la idea de plantear el problema económico como “optimización paramétrica”? La respuesta tiene que ver, sin duda, con el deseo de copiar el método de la física matemática. En esta última, la dinámica  $H^*$  de un sistema mecánico quedaba resumida en lo que se llama su formulación *hamiltoniana*  $H$ , expresión sintética del conjunto de ecuaciones infinitesimales que la representan, que facilita grandemente su cálculo. Además, en este caso, no cabe distinción entre una  $H$  subjetiva y otra  $H^*$  real y objetiva, lo que explica la factibilidad y sencillez del cálculo. Durante mucho tiempo se pensó que este esquema podía ser trasladable a una economía convertida en psíquica matemática, para lo cual se hacía necesario distinguir entre una dinámica  $H$  parcial y subjetiva -la experimentada por cada individuo- y una dinámica  $H^*$  general y objetiva -la que mueve a todo el sistema-, dando por supuesto que  $H$  convergería necesariamente a  $H^*$ . En otras palabras, dio por resuelto el problema de la regresión a infinito, o ignoró el hecho de que el hombre siempre cambia su visión de la realidad en función de los cambios que observa en su alrededor. De ese modo, a pesar de la distinción entre  $H$  y  $H^*$ , se estaba dando por supuesto que los individuos se comportaban como partículas inermes,

movidas de modo exógeno, por una dinámica única, la responsable del equilibrio de la totalidad del sistema.

El recurso a las *hamiltonianas* había constituido un poderoso instrumento metodológico del análisis real, especialmente en el campo de la mecánica clásica, hasta que, en 1889, Poincaré demostró que los problemas más interesantes de la dinámica no podían ser tratados como sistemas integrables, ni eran susceptibles de formulación *hamiltoniana*. Lo cual representó un duro revés para el sueño de Laplace de construir un “demonio” capaz de controlar un futuro previsible. Este resultado ponía de manifiesto que, con mucho más motivo, ese método no podía ser el adecuado para enfrentarse con problemas considerablemente más complejos, como son los relacionados con la coordinación de decisiones de una multitud de individuos que se mueven por una dinámica subjetiva variable.

En cualquier caso, se puede ver ahora con claridad que la aplicación de los teoremas de punto fijo al problema económico, han persistido en la idea walrasiana de unos individuos que no actúan, sino que son actuados. Suponen la exclusión de todo lo temporal y procesal. No proporcionan una explicación de la génesis de los precios, del funcionamiento del “proceso de tanteos”. Presente, pasado, y futuro, colapsan en un único instante, donde todo está dado, o lo que es lo mismo, suponen perfecta previsión, mercados perfectamente establecidos, de una vez por todas, para todos los bienes, así como una tecnología única e invariable, con ausencia de rendimientos crecientes. Un mundo donde el uso de la moneda se convierte en una información redundante.

En 1973, Scarf se propuso llevar a cabo una demostración constructiva del equilibrio general, dando lugar a lo que se ha dado en llamar “Programa del equilibrio general computable”. El punto de partida consistiría en plantear el equilibrio como igualdad entre ofertas y demandas, dejando de lado el enfoque de los teoremas de punto fijo. Una alternativa que le llevaría a enfrentarse con ese monstruo combinatorio que es el campo de las ecuaciones *diofánticas*. En tal caso, el equilibrio sólo puede aparecer a través de ciclos de decisiones recursivas -que nada tienen que ver con el principio de la decisión óptima- y que en principio carecen de solución. No queda entonces más remedio que desenvolverse en el ámbito de lo matemáticamente *indecidible* e incalculable. Incluso suponiendo que se pueda establecer la unidad de una solución, nada puede garantizar que el procedimiento empleado en su construcción esconda una cierta indeterminación. Un planteamiento que es muy poco familiar a los economistas, acostumbrados al análisis real, y todavía más alejados de la teoría matemática de la computación, donde ha surgido el llamado problema de la parada, o interrupción, de la “máquina de Turing”. Un resultado que se corresponde con el más famoso, y más formal, resultado de indecidibilidad obtenido por Gödel. Resultados que apunta a la idea de que políticas económicas basadas en modelos matemáticos no pueden ser completamente fiables.

En el campo de la física, para enfrentarse con problemas dinámicos complejos, sistemas de interacción entre multitud de elementos, Poincaré propuso que en lugar de una exacta integración -que en la mayoría de los casos no era posible- se buscara la existencia de soluciones periódicas, es decir, comprobar que con el transcurso del tiempo las trayectorias volvían a pasar por posiciones de partida. En ese caso el sistema sería estable -ni explosivo ni implosivo-. Con ese fin diseñó una nueva metodología donde se combinaban análisis infinitesimal, geometría, y

topología. De ese modo, como consecuencia de desarrollos posteriores surgiría la llamada teoría de la estabilidad, impulsada por los matemáticos rusos Lyupanov y Pontrjagin, y que en los años cincuenta evolucionaría hasta convertirse en lo que ahora se conoce como “matemática del tiempo”, o “teoría de los sistemas dinámicos”, desarrollada sobre todo por Birkhoff. Sistemas cuyos estados pueden ser descritos por un número finito de parámetros.

En el caso de una economía, mediante un conjunto de  $n$  precios. Algunos economistas han visto en este enfoque una alternativa al cálculo infinitesimal, que permite un estudio global y cualitativo. En todo caso, hasta el momento presente no está claro que los resultados obtenidos hayan sido de gran ayuda para resolver el programa del equilibrio general.

## ***Una estrategia pragmatista a favor del liberalismo económico.***

### **Incertidumbre y formación de expectativas.**

Formado en el ambiente pragmatista dominante en la universidad de Chicago, M. Friedman (1912-2006) se plantearía la economía como un modo de controlar el entorno, resultante de la acción del hombre con vistas a mejorar su condición. En ese sentido, el objeto y el enfoque de la economía sería eminentemente práctico: resolver los problemas que no cesan de surgir en ese entorno y son la fuente del conocimiento humano. Para elaborarla resultaba imprescindible contar con la experiencia acumulada de cómo se habían resuelto problemas anteriores, es decir, disponer un buen conocimiento de cómo reaccionaba la estructura del medio en que el hombre lleva a cabo su acción.

Siguiendo el enfoque de Marshall pensaba que la ciencia de la economía debía ser considerada un instrumento para descubrir las causas que estaban detrás de los problemas concretos que se producen en el marco más amplio de un proceso global evolutivo y complejo. Un instrumento destinado a realizar hipótesis y conjeturas sobre el modo de manifestarse y actuar de esas causas, con la finalidad de poder llevar a cabo predicciones correctas, en el sentido de resolver los problemas concretos planteados, tomando las medidas más adecuadas a cada caso.

Desde este punto de vista, sostenía Friedman que nunca sería posible construir la ciencia económica con el mismo rigor y capacidad predictiva con que se construía la ciencia física, pero si sería posible algo muy parecido si se elaboraba algún tipo teoría -un modo de comprender o representar la estructura operativa del problema que se pretendía resolver- que permitiera llevar a cabo predicciones fiables de cómo se podría resolver ese problema.

Quedaba claro que para Friedman el criterio para elaborar una ciencia no era el realismo de los supuestos teóricos de partida, sino la capacidad para llegar a predicciones certeras a partir de esos supuestos. En su opinión, se podría decir que se disponía de una buena comprensión del problema si a partir de su representación teórica era factible realizar predicciones acertadas sobre el comportamiento futuro de ese problema, o lo que es lo mismo, se le podía dar solución.

Como se puede comprobar, en el planteamiento epistemológico de Friedman, la realidad quedaba reducido a una dimensión parcial y problemática, aquello que era necesario resolver

con vistas a incrementar el poder humano sobre el entorno, dicho de otro modo, la realidad quedaba reducida al desarrollo de una capacidad operativa destinada al aumento continuo del control humano sobre el entorno, sin importar para nada lo que pudiera ser la realidad última de ese entorno. Como consecuencia, la teoría no podía ser otra cosa que un conjunto de hipótesis a partir de las cuales se pudieran desarrollar potencialidades predictivas, o lo que es lo mismo capacidades transformadoras del entorno.

En el mundo de Friedman nunca se llegaría a conocer la realidad de las cosas, por lo que resultaba carente de sentido preguntarse por la realidad de las hipótesis de una teoría. Eso explica que el único criterio para juzgar los conocimientos adquiridos fuese la capacidad que proporcionan para prever y controlar lo que todavía no ha ocurrido. De tal modo que solo pueden llamarse conocimientos a los que pueden emplearse para tomar decisiones que repercuten en beneficio del bienestar de toda la humanidad.

Para elaborar este tipo de teoría económica, como no se podía invocar una realidad, solo cabría hacer generalizaciones estilizadas de los rasgos más destacados de la concreta situación problemática que se pretendía resolver en cada momentos. Esto quiere decir que el economista debía adoptar una actitud más próxima a la genialidad e intuición del artista que a la objetividad del científico. Si la predicción que resultaba de una teoría construida de esa forma no era acertada -no resolvía el problema- habría que proceder a rediseñar los rasgos y generalizaciones que se habían tomado como punto de partida, o lo que es lo mismo, llevar a cabo nuevas conjeturas de cómo podrían funcionar las cosas que se ocultaban bajo esa situación problemática, volver a dejarse llevar por la inspiración creativa que se le supone al economista. En cualquier caso, habría que guiarse por el criterio de que la mejor teoría sería aquella que lograra explicar más con menos supuestos de partida.

Siguiendo este método de contrastaste entre lo conjeturado y lo efectivamente realizado, la economía podría llegar a ser un verdadero conocimiento científico, permitiría predecir cada vez mejor y con mayor seguridad los problemas que no cesarían de plantearse como consecuencia de la creciente complejidad del entorno humano.

Como se puede comprobar, tanto la epistemología como el enfoque de la economía de Friedman era muy similar al de Keynes, pero mientras éste último era muy crítico con el principio del "laissez faire", Friedman era un ardiente defensor de ese mismo principio. En su opinión toda teoría social y económica debía estar construida sobre los cuatro principios fundamentales del liberalismo: individualismo, igualitarismo, universalismo y meliorismo.

El objetivo principal de la teoría económica de Friedman era proporcionar argumentos que demostrasen que resultaba imposible y contraproducente todo intento de intervención sobre la economía; un proceso que se regulaba por sí mismo de modo automático. Eso le llevaría a volver a situar el intercambio, el consumo y el equilibrio, en el centro mismo de su enfoque de la ciencia de la economía. Era imprescindible que demostrara que pesar de todos sus fallos el mercado siempre funcionaba, en el sentido de que nunca impedía a los individuos alcanzar un máximo de bienestar, para lo cual tenía que demostrar que la moneda tenía que ser necesariamente neutral, o lo que es lo mismo, que Keynes se había equivocado al juzgar el papel

que desempeñaba la moneda en una economía que se desenvolvía en un entorno de incertidumbre.

Se puede decir que toda la teoría de Friedman es una rectificación de las conclusiones de Keynes, manteniendo las mismas bases de partida. Para ello comenzaba por reconocer que Keynes tenía razón al haber rechazado la ecuación cuantitativa, tal como la había planteado Marshall. Era patente que esa ecuación no era el instrumento adecuado para explicar como la moneda podía hacer frente a la incertidumbre en el corto plazo. No servía para proporcionar una explicación de cómo la política monetaria podía corregir situaciones de desequilibrio transitorio de la economía.

La  $V$  de la ecuación  $MV=PY$ ; a la se llamaba “velocidad de circulación” de la moneda, era ciertamente una expresión muy tosca y a posteriori del comportamiento de la demanda de moneda. Expresada de ese modo era casi imposible llegar a la conclusión de que esa demanda podía ser estable a corto plazo y que, en consecuencia, no se podía asegurar que las variaciones en la oferta monetaria  $M$  podrían afectar de manera predecible al nivel agregado  $PY$  del ingreso monetario total de la economía.

Pero Keynes se había precipitado al tratar de buscar una solución alternativa a la monetaria para sacar de la depresión a la economía británica de su tiempo. Había llegado el momento de demostrar que no era necesario actuar sobre la inversión, a través del multiplicador del gasto, para que la economía pudiera superar una situación de equilibrio con desempleo.

Había transcurrido ya mucho tiempo desde esa propuesta de Keynes y en gran parte como consecuencia de sus propias aportaciones, era ya posible elaborar una nueva y mucho más refinada teoría de la demanda de moneda, con la que si sería posible demostrar que la demanda de moneda era de una notable estabilidad. Esta nueva y más completa teoría monetaria serviría para poner de manifiesto como la misma economía tendía a eliminar la incertidumbre que ella misma generaba, o lo que es lo mismo, se encargaba de mantener la neutralidad de la moneda.

En cualquier caso, Friedman estaba de acuerdo con Keynes en que la economía no estaba gobernada desde las decisiones tomadas en pasado, sino desde las que se tomaban con vista al futuro, lo cual quería decir que dependía de un flujo continuo y turbulento de decisiones que se tomaban en incertidumbre.

Pero mientras para Keynes esa incertidumbre era estratégica, intrínseca al mismo proceso de toma de decisiones, para Friedman era estocástica, de modo que podía ser corregida a partir de la experiencia acumulada, de modo que siempre sería posible formar expectativas cada vez más acertadas. Se trataría de algo así como un “ruido” exógeno que la propia dinámica del sistema iría amortiguando mediante oscilaciones alrededor de un supuesto valor estacionario de equilibrio, el determinado por la experiencia acumulada en la resolución de problemas. En otras palabras, mientras para Keynes la moneda era endógena al mismo proceso de toma de decisiones, especialmente del de inversión, para Friedman la moneda era exógena a ese proceso.

Era patente que a la hora de formar expectativas no se podía recurrir a un cálculo riguroso ya que los individuos no tenían toda la información necesaria, pero aunque no se podía

asegurar que eran óptimas, tampoco se podía decir que estuviesen totalmente equivocadas, ya que se apoyaban en la experiencia acumulada en resolver situaciones similares, lo cual de acuerdo con el modo de pensar de Friedman, garantizaba la posibilidad de que las expectativas fuesen cada vez más certeras.

Desde ese punto de vista, para Friedman, la curva de demanda era el “fondo de roca” en el que no se podía seguir cavando a la hora de estudiar la conducta de los individuos; todo intento de “ir más allá” estaba condenado al fracaso, pues carecía de sentido intentar localizar sus fundamentos en la “ley de la utilidad” o en las “curvas de indiferencia”. Lo cual quiere decir que del mismo modo que Keynes, había que apelar al comportamiento de un “individuo promedio” o socializado, que se mueve por las corrientes de opinión y modos de hacer la mayoría.

Con estos supuestos Friedman se propuso elaborar una nueva teoría de la demanda de la moneda que no tuviese las deficiencias señaladas por Keynes respecto de la ecuación cuantitativa.

El punto de partida era la consideración de la moneda como sustituto universal de todas las formas posibles de tener riqueza, lo cual era suponer que nunca se desearía nunca por sí misma, que siempre remitiría a la riqueza, entendida como algo que estaría más allá de lo monetario. Por otro lado, ese supuesto implicaba que el paso desde la moneda hacia cualquier otra forma de riqueza, y viceversa, no plantearía nunca ningún tipo de problemas, lo cual era una manera apodíctica, aunque encubierta, de asegurar que la moneda fuese necesariamente neutral.

El público, o individuo promedio, en función de su “esperanza de vida”, haría una estimación de las riquezas que llegaría a tener a lo largo de su vida, lo que se concretaría en la composición promedio de una “cesta de activos” que incluiría todo tipo de activos, desde moneda, títulos financieros, bienes físicos, capacidad personal, etc., resumen de los distintos tipos de riqueza de los que esperaba disponer a lo largo de su vida. El rendimiento promedio de esa “cesta de activos” -saldo neto de ingresos y gastos monetarios- a lo largo de ese tiempo, era lo que Friedman llamaba “renta permanente” de ese individuo promedio.

La composición de esa “cesta de activos” no sería fija, sino que variaría en función de los cambios en los rendimientos de unos activos con relación a los otros. Si, por ejemplo, a partir de una situación de equilibrio del mercado de moneda, se produjera una variación de la oferta monetaria -que para Friedman siempre sería exógena- se llevaría a cabo una alteración de los precios relativos de los activos, lo que provocaría que los individuos, mediante compras y ventas, llevasen a cabo una modificación de la composición de la “cestas de activos”. El resultado de todos esos movimientos sería una variación en la demanda de moneda que volvería a restaurar el equilibrio de ese mercado. El hecho de que en ese nuevo equilibrio hubiese de pleno empleo, dependería del mayor o menor acierto de los individuos en la formación de sus expectativas sobre los cambios en los precios de los distintos activos.

En cualquier caso, la decisión de cambiar la composición de la “cesta de activos” no se llevaría a cabo en función de la “renta presente” -como en opinión de Friedman había pensado

Keynes- que por definición es muy inestable, sino en función de la “renta permanente” que como se podía ver era bastante más estable.

Según este planteamiento, la demanda de moneda dependía de la “renta permanente”, del tipo de interés, y de las expectativas de la marcha de la economía, de modo que era mucho más estable que la  $V$  de la ecuación cuantitativa. En consecuencia el mercado de moneda era también altamente estable, o lo que es lo mismo, tendía a restablecer de modo inmediato la neutralidad de la moneda. Era por tanto posible el recurso a la política monetaria como un medio eficaz de vuelta de la economía a una situación de equilibrio con pleno empleo. La propia estabilidad de la demanda de moneda actuaría como “multiplicador” de la renta de un modo mucho más seguro y eficiente que el “multiplicador del gasto” propuesto por Keynes. Pues mientras este último se basaba en la “propensión marginal al consumo”, que depende de la “renta presente”, el primero depende de la “renta permanente”, que como se ha visto era mucho más estable.

Eran por tanto las perturbaciones monetarias las causantes de las variaciones en los precios relativos de los activos. Las cuales provocaban en el seno de la economía alteraciones en los flujos gastos e ingresos de los individuos, que se irían amortiguando por sí mismas, de modo parecido a lo que sucede con las olas que provoca la caída de una piedra sobre la superficie de un lago. Se trataba de perturbaciones exógenas debidas a la presencia de la incertidumbre a la hora de tomar decisiones. En cualquier caso, esas perturbaciones tendrían efectos reales más o menos permanentes, según su intensidad, según el tiempo el necesario para mediante prueba y error volver a recuperar el equilibrio, para volver a formar expectativas acertadas.

Cualquier variación en la oferta de dinero tendría efectos reales, por ejemplo, sobre el tipo de interés, que serían de naturaleza desconocida, y con una duración también desconocida. Afectarían primero en un sentido y luego en el otro, hasta que por medio de oscilaciones cada vez más amortiguadas se volvería, poco a poco, hasta un nuevo nivel de equilibrio. Estos vaivenes y retrasos hacían muy difícil precisar el modo en que un cambio en la cantidad de dinero podía afectar a la producción y la renta. Además, la subida de precios tendería a aumentar la discrepancia entre el tipo de interés real y el nominal. En este sentido los tipos de interés eran guías poco fiables en la conducción de la política monetaria.

En conclusión, si las variaciones en la cantidad de la moneda afectaban a la economía real de modo imprevisible no era muy recomendable su uso como instrumento de política económica. Lo mejor era que la oferta monetaria se ajustase al ritmo del crecimiento real a largo plazo de la economía, dejando al mercado la tarea de realizar los ajustes a corto plazo. Friedman proponía así la vuelta al “laissez faire” y abstenerse de toda intervención.

## El problema de modelar las expectativas

El descubrimiento empírico de las “curvas de Phillips” -posibilidad de un intercambio entre la tasa de desempleo e inflación- había sido interpretado como un síntoma evidente de que no se verificaba el supuesto de la “neutralidad” del dinero. Friedman se vio entonces en la obligación de demostrar que las “curvas de Phillips” eran una ficción, que no tenían

fundamento teórico sólido, o lo que es lo mismo, que sus predicciones eran falsas, que eran consecuencia de un mal diseño econométrico.

En su opinión, esas curvas no podían existir porque los obreros a la hora de negociar sus salarios no se dejaban engañar por la ilusión monetaria de modo sistemático: no confundían los precios relativos con los precios monetarios -que incluía la inflación vigente en cada momento- de modo que formaban sus expectativas en términos reales, es decir, teniendo en cuenta el nivel esperado de inflación, o lo que es lo mismo, la erosión que podría sufrir el poder adquisitivo de sus salarios monetarios.

Solo si por algún motivo se equivocaban en la formación de sus expectativas, lo que llevaba, por ejemplo, a un descenso de sus salarios en términos reales, se podía producir entonces un intercambio efectivo entre la inflación y el desempleo, según lo establecido por la curva de Phillips, pero siempre de modo transitorio y en pequeña medida. De tal modo, que siempre que en promedio los obreros no se equivocasen en la formación de sus expectativas no habría tal intercambio y la tasa de desempleo estaría siempre situada en lo que Friedman llamaba su “tasa natural”.

Como reconocía Friedman, no era fácil que las expectativas fueran siempre acertadas, que no hubiese errores, ya que los empresarios estimaban los salarios a partir del precio de sus productos, mientras que los obreros lo hacían a partir del precio de los bienes de consumo. Había por tanto una asimetría de información que fácilmente podía ser perturbada, a corto plazo, por movimientos retrasados o adelantados en el comportamiento de la tasa de inflación. En cualquier caso, más tarde o más temprano, ambas partes acabarían por descubrir sus errores y aprenderían a hacer expectativas cada vez más acertadas.

Para explicar como los individuos formaban y revisaban sus expectativas Friedman elaboró un modelo en el que suponía que los individuos continuamente contrastaban lo previsto con lo realizado, y en función del tamaño del error iban introduciendo correcciones a posteriori. De este modo, por prueba y error, poco a poco, aprendían a formar expectativas cada vez más certeras. La estructura formal de ese modelo fue propuesta por Ph. D. Cagan (1927- ) y consistía en una relación lineal simple entre el valor realizado y un factor de corrección aplicado al error de estimación cometido en el periodo anterior.

Según este modelo de formación de expectativas, la existencia de desempleo a corto plazo, como el que había padecido Inglaterra en el periodo de entreguerras, que tanto le había preocupado a Keynes, podría ser explicado por un error de los obreros en la formación de sus expectativas de salarios nominales, o en otras palabras, por un error en la formación de sus expectativas de inflación. En opinión de Friedman, más pronto o más tarde, sin necesidad de ningún tipo de intervención, los obreros habrían acabado por corregir ese error en la formación de sus expectativas.

El enfoque de Friedman planteaba varios interrogantes: ¿Era la cantidad de moneda la que determinaba el nivel de actividad de la economía, o por el contrario, sería esta última la que fijaba el nivel de la oferta monetaria? ¿No podría suceder que la “renta permanente” dependiese de la demanda de moneda? Friedman estaba seguro de que el sentido de la

causalidad iba desde la cantidad de dinero hacia la renta nominal y a través de esta, a las variables reales; y no al revés. En su opinión, a pesar de importantes efectos secundarios que pudiesen oscurecer la dirección de esa causalidad, la experiencia mostraba que no había existido un sólo caso en la historia, donde una inflación fuerte y prolongada, no hubiese tenido su causa en un gran aumento de la cantidad de dinero.

## **Bibliografía**

Amadae, Sonja. *Rationalizing Capitalist Democracy. The Cold War Origins of Rational Choice Liberalism*. Chicago : Chicago University Press; 2003.

Arrow, Kenneth. *General Economic Equilibrium: Purpose, Analytic Techniques, Collective Choice*. American Economic Review. 1974; 64(3):253-272.

Arrow, Kenneth. *Social Choices and Individual Values*. New York: Wiley & Sons; 1951.

Arrow, Kenneth. *Individual choice under certainty and uncertainty*. Oxford. Blackwell. 1984.

Beed, Clive. Kane, Owen. *What is the critique of the mathematization of economics?* Kyklos. 1992; 44(4):581-612.

Boylan, Thomas A. O'Gorman, Paschal F. *Axiomatization and Formalism in Economics*. Journal of Economic Surveys. 2007; 21(3):426-446.

Bruni, Luigino. Sugden, Robert. *The road not taken: how psychology was removed from economics, and how it might be brought back*. The Economic Journal. 2007; (117):146-173.

Ferrero Muñoz, Ignacio. *Milton Friedman: la política económica de un pragmatista liberal*. Madrid. Instituto de Estudios Económico. 2002.

Frieden, Jeffry A. *Capitalismo global. El trasfondo económico de la historia del siglo XX*. Barcelona: Crítica; 2007.

Friedman, Michael. *A Parting of the Ways. Carnap, Cassirer, and Heidegger*. Chicago y Lasalle. Open Court; 2000.

Giocoli, Nicola. *Modeling Rational Agents. From Interwar Economics to Early Modern Game Theory*. Edward Elgar; 2003.

Golland, Louise Ahrndt. *Formalism in Economics*. Journal of the History of Economic Thought. 1996; 18(1):1-12.

Hands, D. Wade. *Economic, Psychology, and the History of Consumer's Choice Theory*. Tacoma WA: Puget Sound; 2007

Hands, D. Wade. *Did Milton Friedman's Methodology License the Formalist Revolution?* Journal of Economic Methodology. 2003; 10(4):507-520.

Hirsch, Abraham. Marchi, Neil de. *Milton Friedman: economics in theory and practice*. Ann Arbor. The University of Michigan Press. 1990.

Hoover. Kevin D. *Milton Friedman's Stance: The Methodology of Causal Realism*. Davis, California; 2004.

Hoover. Kevin D. *Two Types of Monetarism*. Journal of Economic Literature. 1984; 22:58-76.

Ingrao, Bruna. Israel, Giorgio. *The Invisible Hand: Economics Equilibrium in the History of Science*. MIT Press; 1990.

Lewin, Shira B. *Economic and Psychology: Lessons for our own day from early twentieth century*. Journal of Economic Literature. 1996; 34:1293-1323.

Mandler, Michael. *Dilemmas in economic theory. Persisting foundational problems of microeconomics*. Oxford: Oxford University Press. 1999.

Mirowski, Philip. *Machine Dreams Economics Becomes a Cyborg Science*. Cambridge: Cambridge University Press; 2002. ISBN: ISBN: 0521775264.

Mirowski Philip. *What were von Neumann and Morgenstern trying to accomplish?* History of Political Economy. 1992; special issue.

Mirowski, Philip, Weintraub E. Roy. *The pure and the applied: Bourbakism comes to Mathematical Economics*. Science in Context. 1994; vol 7, no 2 pp 245-272.

Mirowski, Phillips. Plehwe, Dieter. *The Road from Mont Pelerin. The Making of the Neoliberal Thought Collective*. Cambridge. Harvard University Press. 2009

Morgenstern, Oskar. *The Collaboration Between Oskar Morgenstern and John von Neumann on the Theory of Games*. Journal of Economic Literature. 1976; 14(3):805-816.

Nagel, Ernest. Newan J. R. *El teorema de Gödel*. Madrid. Tecnos; 1958.

Neumann, John von. Morgenstern, Oskar. *Theory of games and economic behavior*. Princeton. Princeton University Press; 1963.

Rizvi, S Abu Turab. *Postwar Neoclassical Microeconomics* en Samuels, Warren J. Bidlle Jeff E. Davis, John B. Editores. *A companion to The History of Economic Thought*. Oxford. Blackwell Publishing. 2008 pp 377-394.

Scarf, H. *Mathematical Programming and Economic Theory*. Operations Research. 1990; 38(9) 377-385.

Schwalbe, Ulrich. Walker, Paul. *Zermelo and the Early History of Game Theory*. Games and Economic Behavior. 2001. 34:123-137.

Sen, Amartya. *The Impossibility of a Paretian Liberal*. Journal of Political Economy. 1970; 78(1) 152-157.

Sugden, Robert. *Rational Choice: A survey of contribution from economic and philosophy*. The Economic Journal. 1991; 101(407):751-785.

Velupillai, K. Vela. *The Unreasonable ineffectiveness of mathematics in economics*. Cambridge Journal of Economics. 2005; 29(6):849-872.

Velupillai, K. Vela. *Variations on the Theme of Coinning in Mathematica Economics*. Journal of Economic Surveys. 2007; 21(3):466-505.

Weintraub, E. Roy. *General Equilibrium Analysis. Studies in Appraisal*. Michigan: The University Michigan Press; 1993

Weintraub, E. Roy. *How economics became a mathematical science*. Duke University Press; 2002.

Weintraub, E. Roy. *On the Existence of a Competitive Equilibrium: 1930-1954*. Journal of Economic Literature. 1983. 21:1-39.

Weintraub, E. Roy. *Stabilizing Dynamics: Constructing Economic Knowledge*. Cambridge: Cambridge University Press; 1991.