

Liberalismo, socialismo, y razonamiento abstracto.

Miguel Alfonso Martínez-Echevarría y Ortega

UNIVERSIDAD DE NAVARRA

Pamplona

2009

La amenaza de la planificación socialista.

En defensa del liberalismo democrático.

En la década de los años 30 y 40 del siglo pasado se descubrió que el modelo del “homo oeconomicus” podía llevar al totalitarismo socialista más que a la democracia liberal. Se contempló con asombro y aprehensión el triunfo del socialismo tanto en Rusia como en Alemania. No fueron pocas las voces que se levantaron para alertar de ese peligro, entre ellas destacan la de los autores de tres famosos libros: “Camino de servidumbre” (1944) de Hayek, “La sociedad abierta y sus enemigos” (1945) de Popper, y “Capitalismo, socialismo, y democracia” (1943) de Schumpeter.

La huida del desprestigio científico del psicologismo, y en general de todo tipo de utilitarismo, que de una forma u otra, estaba en la base de todas las teorías económicas individualistas, había llevado hacer demasiado énfasis en los esquemas racionalistas de cómo debía ser el orden social. Eso era lo que podía estar detrás del innegable éxito que había acompañado a las nuevas políticas económicas de la Alemania nacional socialista, y de la Rusia comunista. Si el orden de la sociedad era en el fondo un esquema mental, una racionalidad funcional o a priori, no podría suceder que la intervención estatal, y la planificación centralizada, serían la mejor y más eficiente solución para lograr la coordinación de las conductas de una multitud de individuos. Ese tipo de política había logrado sacar a Alemania de una muy grave depresión, y había logrado un notable avance económico en el caso de Rusia.

Eran no pocos los intelectuales que orgullosamente se proclamaban “de izquierdas”, y no ocultaban sus simpatía hacia el experimento socialista. Por si esto fuera poco, el cálculo del vector de precios, correspondiente al equilibrio general, podía constituir una gran ayuda para el desarrollo de una planificación socialista democrática, podría ser una alternativa muy seria al cada vez más desprestigiado capitalismo liberal democrático.

Ante esta situación se desató una fuerte reacción liberal que se propuso demostrar de modo científico, riguroso e indiscutible, que la economía libre de mercado era muy superior, en el plano de los resultados, a todo tipo de planificación socialista. El principal objetivo era dejar patente que solo la democracia y el mercado eran compatibles con la decisión racional del individuo. Había que dejar muy claro que ningún individuo estaba dispuesto a cooperar con un objetivo común, del que no obtuviese ventaja, sino era bajo coacción y amenaza. Una reacción que se desarrollaría casi en su totalidad en la Norteamérica de mediados del siglo XX. A partir de ese momento, el desarrollo de la teoría económica, que se había llevado a cabo exclusivamente en Europa pasaría al ambiente intelectual de las universidades, y otras instituciones, norteamericanas.

Uno de los primeros objetivos de este neoliberalismo fue dotar a la economía de un nuevo esquema de racionalidad de la elección individual que nada tuviera que ver con el cálculo. Se pretendía dejar muy claro que el orden social era algo que se producía pero que de ningún modo podía ser calculado. No había por tanto ninguna posibilidad de ingeniería social. Cualquier intento de planificación centralizada, bajo el control de una autoridad no democrática, estaba condenado al fracaso. De todas maneras, aunque quedase muy claro que el orden social no era calculable, y se escapaba a toda planificación de cualquier tipo de ingeniería social, se hacía urgente demostrar de modo irrefutable que ese orden se generaba por sí solo de modo inevitable, y daba lugar a un resultado permanente estable.

Surgiría así un nuevo enfoque de la economía como teoría abstracta de la decisión racional social, que se apoyaría metodológicamente en una nueva matemática abstracta, no orientada al cálculo, surgida como consecuencia de la crítica del positivismo lógico al cálculo infinitesimal, que hasta entonces había sido la estructura básica de la tan estimada física matemática.

Un enfoque que formalmente seguía siendo el equilibrio general de Walras. Se daba por supuesto que la sociedad era resultado de un acuerdo implícito entre individuos libres e iguales, que perseguían sus propios intereses. La diferencia residía en lo metodológico, en el rechazo de todo lo que tuviera que ver con el cálculo efectivo del vector de precios, y con la posibilidad de establecer un sistema eficiente de centralización de la información. En otras palabras, el rechazo del “subastador walrasiano”.

Se pretendía llevar a cabo una sólida defensa intelectual de la sociedad liberal capitalista, típica de la norteamericana de aquellos años. Una sociedad organizada mediante una estrecha alianza del mercado y la democracia. Donde el mercado no solo era un mecanismo de asignación eficiente de recursos, sino, sobre todo, un ámbito para el ejercicio de las libertades individuales. Una sociedad democrática extraía su vitalidad y legitimidad del estilo competitivo de vida impulsado por el predominio de la libertad de mercado. Al estar construida esta

defensa sobre el rigor lógico de unas matemáticas abstractas, sería algo indiscutible, quedaría por encima de las controversias partidistas, más allá del debate político.

La filosofía del neoliberalismo.

Debajo de este poderoso movimiento de reacción contra el socialismo, y de reconstrucción del individualismo liberal, estaba el impulso de dos corrientes filosóficas que se apoyaban mutuamente, de un lado el positivismo lógico, nacido en Europa pero muy pronto transplantado América, y por otro lado el pragmatismo, una filosofía genuinamente americana.

Lo típico del Pragmatismo, cuyas principales figuras fueron los filósofos norteamericanos, C. S. Pierce (1839-1914), W. James (1842-1910) y J. Dewey (1859-1952) sería el rechazo a la epistemología de la Ilustración. Volver a los hechos, los *pragmata*, dejar de lado las ideas y las teorías. En otras palabras, la finalidad del conocimiento era la acción, el modo de desenvolverse de la vida humana, y no el puro pensar. En consecuencia el criterio para juzgar el conocimiento adquirido sería su aptitud para perfeccionar la realidad, el saber hacer, y a fin de cuentas, para perfeccionar la vida humana. Serían los resultados concretos los que respaldaban los conocimientos.

La filosofía debía llevar a cabo una reconstrucción crítica de la práctica diaria, de los modos de dar solución a los problemas cotidianos. Dar solución a los conflictos, fomentar la cooperación y resolver los problemas más acuciantes de la vida diaria. Surgirían conceptos compartidos por todos.

El pragmatismo estaba contra el escepticismo, pero consideraba el conocimiento como algo provisional en continua revisión. Por eso prestaba una gran atención a los modos de producirse el conocimiento. Había que estudiar el modo de producirse y difundirse las creencias compartidas, las reglas de acción, y de todo lo que ayudaba a avanzar en el conocimiento, a resolver problemas concretos. Lo importante no eran los algoritmos lógicos, fijos e inalterables, sino las reglas de acción, sometidas a continua interpretación y cambio.

La realidad no era algo acabado, sino en proceso, resultado de la acción transformadora del sujeto humano. En su seno el hombre alcanzaba su propio conocimiento en la medida en que contribuía al desarrollo de ese proceso. No era tarea de la ciencia construir modelos de la realidad basados en una matemática intuitiva, sino atenerse a la experiencia siempre cambiante. No se debía olvidar que la realidad era algo problemático, inseparable de la subjetividad humana.

Para Dewey el individuo no podía ser un modelo acabado, y cerrado sobre sí mismo, con unos objetivos a priori, sino que surgía de la continua lucha de la inteligencia humana por resolver los problemas diarios que le planteaba la realidad. Una lucha en un marco social, con competencia y pugna, donde la igualdad de derechos no impedía a cada uno seguir sus propias metas y proyectos.

Una sociedad de hombres libres sólo sería posible si se contaba con instituciones que fomentasen este tipo de individualidad competitiva. La libertad era para Dewey resultado de

un ejercicio competitivo, un hábito de comportamiento, que llevaba a la afirmación de la individualidad. Por eso, se necesitaba de una economía radicalmente liberal, en contra de toda protección autoritaria, incluida la de los propios derechos individuales, que correspondía a cada uno defender.

El pragmatismo proponía una estrecha alianza entre ciencia y democracia como el mejor modo de llevar a cabo el proyecto liberal democrático de la modernidad. Los principios de la epistemología científica sólo serían fiables si se hacían inseparables de los principios democráticos.

Por otro lado, en la Europa de mediados del siglo XIX, la filosofía positivista se proponía poner las bases de una ciencia basada en la “pura experiencia”. Era urgente acabar con la distinción entre experiencia de un hecho, y el hecho mismo. Dar por superado, de una vez por todas, el problema metafísico de la formación del objeto.

Una vez eliminadas las cuestiones metafísicas, quedarían sin sentido las epistemológicas, y la ciencia no sería otra cosa que la ordenación de la experiencia según un criterio de economía, es decir, con vistas a la mayor simplicidad estructural posible, y con la mayor eficacia explicativa. La clave de este proceso de ordenar la experiencia sería asegurar que solo estuviese basada en lo empírico. Esta era la postura del llamado *empirocriticismo*.

Desde este punto de vista la función primordial del lenguaje sería ordenar, transmitir, y dejar fijada la experiencia en la memoria colectiva. De modo que construir una ciencia sería lo mismo que construir un lenguaje, evidentemente más preciso que el vulgar. Una tarea propia de una comunidad de científicos, y por principio interminable.

Para nada haría falta suponer la existencia de una realidad ontológica, de una verdad absoluta, bastaría con atenerse aquellos aspectos de la experiencia importantes para el progreso y bienestar de la especie humana. Por ejemplo, sería ciencia todo aquello que ayudara a prevenir terremotos, a evitar epidemias, a mejorar alimentos, a encontrar nuevas fuentes de energía, etc. En otras palabras, todo lo que impulsara el desarrollo experimental de la conducta humana, que llevara a una mejor adaptación del hombre a su medio.

Pronto se haría patente la existencia de un punto débil en el planteamiento del la imposibilidad de ordenar la experiencia desde ella misma. Sería tanto como pretender una experiencia sin sujeto.

A resolver esta grave crisis del *empirocriticismo*, vino en su ayuda el resultado de otra no menos grave crisis: la de la teoría kantiana de la ciencia. Como consecuencia de la crítica positivista, se habían hecho insostenibles conceptos tales como “la cosa en sí”, o los “juicios sintéticos a priori”, que se fundaban en ideas abstractas no observables. La única salida fue sostener que la constitución del objeto de conocimiento no podía ser otra cosa que un puro formalismo lógico. En consecuencia, la única ciencia posible sería aquella cuyo objeto estuviese constituido por una sólida estructura lógica. Esto daría lugar a una especie de “idealismo lógico”, según el cual construir una ciencia sería lo mismo que llevar a cabo una crítica de los

procesos lógicos de construcción de su objeto. Único modo de garantizar la solidez del conocimiento. Pero, era evidente que la ciencia no podía quedar reducida a pura lógica.

Una posible solución a los problemas de ambas posturas fue una especie de síntesis entre el *empirio-criticismo*, y el “idealismo lógico” que daría lugar a lo que ahora se conoce como “positivismo lógico”. La tesis fundamental de esta nueva postura era que en la construcción de una ciencia la crítica de la consistencia lógica, el modo de ordenar y expresar la experiencia, sería la garantía última de la solidez de los conocimientos que pretendía aportar. Según este modo de pensar, sólo la lógica de un pensamiento abstracto, anterior a toda experiencia, garantizaría el rigor del modo de ordenar cualquier tipo experiencia. La lógica matemática más abstracta pasaría a ser el fundamento último de todo tipo de conocimiento científico.

El “positivismo lógico” se desarrollaría entre los miembros del “círculo de Viena”, para los que se debían aceptar como científicas afirmaciones que fuesen más allá de toda experiencia, que remitiesen a lo que consideraban un mundo extralingüístico. La filosofía quedaría reducida a una crítica de los procesos científicos, a una especie de *metaciencia* encargada de garantizar la legitimidad de todos los resultados científicos.

En el seno de este ambiente intelectual se plantearía la necesidad de llevar a cabo una elaboración crítica de la matemática, especialmente con vistas a superar el cálculo infinitesimal basado en concepciones psicológicas e intuitivas. Se buscaba una nueva matemática pura, construida a partir de un fundamento lógico formal, un puro sistema lógico auto consistente, compuesto de símbolos abstractos, que se fundara a si mismo. No se correspondería con una realidad ontológica, con las “cosas en sí”, que existirían con independencia del conocimiento, como sucedía con el cálculo diferencial, sino que no era otra cosa que una estructura lógica consistente por sí misma, destinada a garantizar el rigor del conocimiento científico.

Este era el proyecto del matemático alemán D. Hilbert (1862-1943). A partir de un conjunto finito de símbolos abstractos -garabatos sin significación -mediante reglas de sintaxis-procedería a construir un conjunto indefinido de formulas posibles. De entre estas fórmulas, unas pocas, llamadas axiomas, permitirían deducir los teoremas básicos, subconjunto de todas esas fórmulas posibles. Unos teoremas que nunca serían contradictorios. Además, siempre sería posible añadir una fórmula más, o un teorema más. De este modo pudo llevar a cabo la reconstrucción formalista, axiomática, y *finitista*, de la geometría de Euclides, y demostrar que se trataba de un sistema lógico consistente.

Algunos matemáticos, como F. L. G. Frege (1848-1925) y H. Poincaré (1854-1912), pusieron en duda la validez de esa demostración. Argumentaban que Hilbert no había sido capaz de construir una matemática *ex novo*, sino que había reconstruido una que ya existía. Lo que probaba que las matemáticas no se fundamentaban por si solas, sino que requerían de un preámbulo intuitivo que las dotara de sentido, que era lo que ocurría con la geometría de Euclides. No era posible establecer fórmulas, definiciones, y axiomas, en un vacío total de intuiciones. Para hacer matemática se requería de la experiencia de la propia corporalidad humana.

De todos modos el proyecto de Hilbert recibiría el golpe definitivo cuando en 1930 K. Gödel (1906-1978) puso de manifiesto la imposibilidad de una matemática con coherencia lógica absoluta. Nunca sería posible alcanzar un rigor matemático incuestionable.

A pesar de esto, durante un tiempo, por influencia del positivismo lógico, se difundiría la idea de que las ciencias solo merecerían ese nombre si eran matemática aplicada. Es decir, si sus objetos propios podían ser considerados interpretaciones intuitivas de los símbolos neutrales de una matemática abstracta. De tal modo, que unos mismos símbolos podrían recibir distintas interpretaciones, según la materia de la que tratasen las distintas ciencias. Una actitud que daba por descontado que formas y sentido serían perfectamente separables.

La economía como juego matemático.

La lógica del juego.

Un discípulo de Hilbert, llamado J. von Neumann (1903-1957), que también había emigrado a América, y que por aquel entonces era profesor en Princeton, sería el primero en plantear el problema económico como una matemática formalista, axiomática, y *finitista*. Un planteamiento que representó una ruptura completa con el enfoque de Walras o Pareto, y con el modo de entender el concepto de “equilibrio general”. Por lo pronto, no haría referencia a algún tipo de psicologismo, ni recurriría al cálculo, o análisis real. En ningún momento Neumann se propuso calcular el vector de precios de equilibrio, sino que se limitó a construir una matemática, de acuerdo con los criterios de Hilbert, cuyos elementos pudieran ser interpretados como los correspondientes a una economía de mercado, definida en términos muy parecidos a los de Pareto. En otras palabras, se propuso demostrar que la economía podía ser presentada como un sistema lógico consistente, y por tanto podía constituir una ciencia, en el sentido del positivismo lógico.

Un antecedente a este planteamiento de Neumann, fue el llevado a cabo por Zermelo, otro discípulo de Hilbert, que había tratado de construir una matemática capaz de representar la consistencia lógica del juego del ajedrez. Tampoco se había propuesto calcular nada, como podía ser, por ejemplo, el número de pasos mínimo para “dar jaque mate”. Comenzó por notar que el ajedrez, desde el punto de vista formal, consiste en un sistema compuesto de 32 piezas, con formas distintas, que se mueven conforme a reglas bien precisas, sobre un tablero cuadrado, que se descompone en 64 cuadrados iguales. Desde este punto de vista, para Zermelo, podía ser considerado un sistema lógico, una matemática, donde las piezas y los cuadrados del tablero, serían los elementos simbólicos; los movimientos, serían los axiomas o fórmulas básicas, y las posiciones, serían los teoremas, las fórmulas derivadas de los axiomas. Tanto para Zermelo, como para Hilbert, la matemática podía ser considerada un juego finito, o viceversa.

Cuando dos jugadores llevan a cabo una partida de ajedrez, provocan una sucesión de movimientos, resultado de decisiones alternativas, a la vista de las reacciones previsibles del rival. Como es propio de un juego, el resultado final, dependerá, no sólo de la estructura y reglas del juego, sino sobre todo de la psicología de ambos jugadores. Pero, desde el punto de vista de Zermelo, todo eso no interesaba. Lo que buscaba era dejar de lado el proceso psicológico de los jugadores, para centrar toda su atención a la estructura lógica del conjunto de

todas las partidas posibles, algo por sí mismo abstracto, e independiente del tiempo. En otras palabras, considerar el ajedrez como el conjunto abstracto de todos los teoremas, jugadas posibles, deducibles a partir de sus elementos, piezas, y reglas del juego.

El objetivo de cualquier partida sería ganar, perder, o quedar en tablas. Pero lo que le interesaba a Zermelo era establecer si dentro del conjunto abstracto de todos los movimientos posibles, se podía garantizar que cada uno de ellos formaba parte de por lo menos una partida ganadora. Para eso, introdujo el concepto de “posición ganadora”, o conjunto no vacío de aquellos movimientos que llevarían de modo inevitable a la victoria, con independencia del conjunto de movimientos posibles por parte del otro jugador. A partir de esta definición, y aplicando propiedades de la teoría de conjuntos, pudo establecer que efectivamente, cada movimiento pertenecería por los menos a una “posición ganadora”. Con lo cual estableció lo que se llama un “teorema de existencia”, que establece que hay, por lo menos, una solución, sin establecer el modo concreto de llegar a ella.

Tanto Zermelo, como Neumann, daban por supuesto que cualquier actividad práctica, ya fuese jugar una partida de ajedrez, aprender una lengua, o el intercambio en el mercado, etc., podría ser reducida a un sistema lógico consistente, o lo que es lo mismo, a una matemática del tipo propuesto por Hilbert. De todas maneras, conviene insistir que el objetivo de esas reducciones no era utilitario, no se pretendía llevar a cabo un cálculo que otorgase el control de ese tipo de actividades, sino simplemente comprobar que se trataba de una actividad cuyas reglas eran lógicamente consistentes.

El ajedrez es un juego formalmente definido, con un número finito de elementos, y con reglas muy precisas que determinan total y unívocamente el conjunto de las posibles combinaciones. Corresponde a la psicología de los individuos dar entrada a lo imprevisible, a decidir el orden de los movimientos, que es la esencia misma del juego. Por contraste, en las situaciones normales de la vida, las que no son formalmente un juego, como ocurre con el intercambio de mercado, ni los elementos, ni las reglas están perfectamente definidos, sino que corresponde a los individuos, en cada momento, determinar el modo de definirlos, y de tomar la decisión. Para lo cual, no necesariamente seguirán unas leyes establecidas previamente. En este sentido, cuando Neumann se propuso demostrar que la economía podía tener la estructura de un juego se vería obligado a imponer condiciones, lo cual implicaría elecciones muy arbitrarias.

En primer lugar, estableció que el objeto del juego de la economía sería la coordinación de las decisiones de intercambio, de modo que todos obtuviesen la mayor ventaja posible. En segundo lugar, por razones de simplificación, impuso que solo habría intercambios entre dos jugadores. De este modo daba por supuesto que no había ningún tipo de problemas en la formación de coaliciones, que es una forma de coordinación, que era precisamente lo que se trataba de estudiar. En tercer lugar, para dejar fuera la contingencia psicológica de los jugadores, diseñó un conjunto abstracto de todas las transacciones posibles. Algo así como si las elecciones de los dos jugadores se realizasen de modo sincrónico, fuera del tiempo, ignorando la reacción del otro jugador. Ese conjunto sería una matriz cuadrada, donde en cada una de las casillas estarían los “pagos”, posibles pérdidas y ganancias, asociadas a cada una de las decisiones conjuntas de ambos jugadores. Las filas de esa matriz serían las “estrategias” de un

jugador, y las columnas las “estrategias” del otro jugador. Entendiendo por “estrategias” las elecciones teóricas de cada uno de ellos, es decir, unas “loterías”, o conjunto finito de hechos discretos, a los que se les ha asignado una distribución de probabilidad.

Con la introducción de esta “matriz de pagos”, Neumann adoptaba un enfoque totalmente novedoso en el modo de entender el concepto de utilidad. Puesto que no había jugadores reales, ni había intercambios efectivos, ni se tenía en cuenta la psicología de los jugadores, sólo cabía tener en cuenta el conjunto abstracto de las transacciones lógicamente posibles, definidas de modo consistente, que era en esencia la matriz de “pagos”. Cada “estrategia”, cada fila o columna de esa matriz, sería la utilidad esperada de cada jugador. Como puede comprobarse se trataba de una utilidad definida de modo abstracto, y a priori, donde lo esencial era la consistencia lógica de las elecciones posibles, en cuanto que elementos de un conjunto abstracto.

Con este nuevo y muy abstracto concepto de utilidad esperada, Neumann pretendía varias cosas. Primero, dar entrada a algún tipo de representación de la incertidumbre unida al intercambio de mercado. Ciertamente no de una incertidumbre estratégica, que es ontológica, y que surge de modo real, en el tiempo, con ocasión de una acción real y efectiva, sino de una incertidumbre estocástica, que es epistemológica, y que, por estar fuera del tiempo, admite representación matemática, en forma de distribución de probabilidades. Segundo, sustituir los gustos y preferencias, que son propios de la psicología de jugadores reales, por el conjunto de decisiones posibles, que son elementos abstractos, independientes del tiempo. Tercero, para asegurar que las estrategias se limitaran mutuamente, impuso la condición de “suma cero”, es decir, que la ganancia de un jugador constituyese una pérdida para el otro.

Con todas estas condiciones, Neumann se propuso demostrar que el juego de los intercambios sería una matemática consistente. En otras palabras, que en su seno existiría por lo menos una solución de coordinación, que sería óptima, y se correspondería con una transacción donde ambos jugadores obtendrían el máximo posible. Una solución que sería un elemento de la matriz de pagos, para el que se verificaría un teorema *minimax*. Desde un punto de vista intuitivo ese punto *minimax* vendría determinado por el supuesto de que cada jugador teórico podría elegir su estrategia óptima, cualquiera que fuese la estrategia elegida por el otro jugador. Una demostración que desde el punto de vista formal era muy parecida a la de Zermelo, y del mismo modo, se basaba en las propiedades de la teoría de conjuntos.

Aunque se trataba de una demostración abstracta, basada en el establecimiento de un “teorema de existencia”, que se limitaba a afirmar la posibilidad lógica de una solución, sin llevar a cabo ningún cálculo de cómo acceder a una solución concreta, no obstante, el diseño de Neumann permitía una interpretación intuitiva. Se podría decir que los dos jugadores elegirían la mínima de las mayores pérdidas esperadas, o lo que es lo mismo, la máxima de las menores ganancias esperadas. En otras palabras, elegirían el mayor mínimo de cada línea, o el menor máximo de cada columna. El resultado sería una transacción común óptima, que constituiría un “punto de silla”. Lo que podía interpretarse como resultado de una conducta prudente frente al riesgo, por parte de ambos jugadores.

El teorema *minimax* empleado por Neumann constituía un caso particular de los llamados teoremas de “punto fijo”, propuestos por el matemático L. E. J. Brouwer (1881-1966).

Probablemente la elección de este caso particular fuese debida a que en principio permitía el cálculo del “punto de silla”, para el caso muy simple de dos jugadores. Bastaba con resolver un sistema muy sencillo de desigualdades algebraicas. También pudo influir el hecho de que Neumann era muy consciente de que la validez de un teorema de Brouwer suponía la posibilidad del paso al límite de los procesos numéricos de construcción del “punto de silla”, para lo cual era imprescindible adoptar una interpretación finitista del concepto de infinito, lo cual, como hemos visto, era asunto muy discutido.

En cualquier caso, Neumann se había dado cuenta desde el principio, de la importancia del teorema de Gödel, y de lo que representaba para la viabilidad del proyecto de Hilbert. Del mismo modo, también se daría cuenta, años más tarde, de la importancia de un teorema, equivalente al de Gödel, desarrollado en el campo de la nueva rama de la “matemática de la computación”; el llamado “teorema de parada de la máquina de Turing”. Ambos teoremas se enfrentaban con una variante del mismo problema: la imposibilidad de decidir sobre una determinada proposición lógica. Es probable que la cada vez mayor conciencia de la inviabilidad del programa de Hilbert, estuviera detrás de la elección de Neumann en favor del método *minimax*, en lugar del teorema del “punto fijo” de Brouwer. Incluso puede decirse que de algún modo le hubiera gustado que su modelo no hubiese sido tan abstracto. Pensaba que con el desarrollo de métodos, como el *minimax*, abierto a cálculos constructivos, llegaría el momento en que se podría disponer de procesos que permitieran enfrentar las decisiones en tiempo real, y con incertidumbre estratégica. En años posteriores Neumann no volvería a ocuparse del problema de la economía, pero no dejaría de pensar que habría que dar entrada al supuesto de individuos con distintas racionalidades, no uniformadas por reglas impuestas desde fuera, como ocurría con la “matriz de pagos”.

La interpretación que Neumann hizo de la economía como juego tenía un grave inconveniente; se trataba de un juego cooperativo, no de individuos aislados. Una limitación que sería superada en 1950 cuando J. Nash (1928-) propuso una solución basada en una concepción mucho más general y abstracta de la “economía”. Esta solución, que ahora se conoce como “equilibrio de Nash”, no requería que el juego fuese cooperativo, es decir, admitía más de dos jugadores, ni exigía que la matriz de pagos fuese de “suma cero”. Nash planteó la economía como un problema de coordinación de planes de individuos solipsistas, cuya solución sería el conjunto de estrategias que no podrían ser mejor, desde el punto de vista de todos y cada uno de los jugadores. En otras palabras, cada una de ellas sería la mejor réplica a las otras estrategias restantes. En consecuencia, por la misma definición del problema se trataba de un “teorema de punto fijo” del conjunto de estrategias posibles que constituían una “economía”. Esta sencillez conceptual explica que la demostración del llamado “teorema de Nash” fuese simple, elegante, e inmediata. De hecho, no ocupaba más de dos páginas.

Nash publicó este resultado en una revista matemática, destacando los aspectos puramente formales, dejando a un lado los aspectos económicos. Esto explica que pasase desapercibido para los economistas. Transcurridos unos años, como veremos a continuación, su concepto de “equilibrio” sería considerado, por los economistas liberales de la escuela de la elección racional social, la expresión más rigurosa y objetiva del principio económico básico, según el cual, el orden social surgiría de las decisiones de unos individuos que actuarían de acuerdo con una

racionalidad objetiva, que les permitía de modo compatible, seguir sus propios objetivos, con independencia los unos de los otros.

De las preferencias a las elecciones.

En los años en los que Neumann y Nash enfocaban la economía como una matemática formalista y axiomática, la mayoría de los economistas, desconocedores de este hecho, persistían en el recurso a los modelos mecanicistas del equilibrio general, los que en principio eran compatibles con el cálculo del vector de precios de equilibrio. Un camino que de todas maneras se iba cerrando cada vez más, por un doble motivo. En primer lugar, porque al desarrollarse en el tiempo, mediante un proceso de tanteos, exigía suponer algún tipo de dinámica por parte de los individuos, lo cual llevaba de modo casi inevitable al cada vez más desacreditado lenguaje psicologista. En segundo lugar, porque se empezaba a tomar conciencia de que la posibilidad del cálculo era un arma de doble filo, podía ser empleado tanto en favor del individualismo democrático, como en favor de una planificación centralizada.

En el empeño por buscar una alternativa al psicologismo, L. Robbins (1898-1984), muy influido por la *praxeología* de Mises, se propuso llevar a cabo una revisión del objeto y método de la economía. Su objetivo era dejar claro que la teoría económica podía ser construida como una ciencia separada, e independiente de la psicología. Con este fin propuso abandonar definitivamente el estudio de las preferencias de los individuos, e insistir en que el objeto propio de la economía era el estudio de la consistencia lógica del conjunto de las decisiones de los individuos. En otras palabras, que su objeto era estudiar “la lógica del tipo de conducta humana destinada a conectar fines dados, con medios escasos, también dados, pero con usos alternativos”. Un modo de entender la economía que representaba una ampliación enorme de su campo de aplicación. En principio, cualquier conducta humana que tuviera que ver con la conexión lógica entre medios y fines, sería objeto de atención de esta nueva visión de la economía como ciencia general de la elección racional.

El núcleo de la economía, según Robbins, sería el estudio de la ordenación lógica de las decisiones de los individuos, entendidas éstas como resultados objetivos, establecidos a partir de la experiencia cotidiana en el modo de articular medios y fines. Una ordenación, que no requeriría de una “específica” teoría psicológica. Bastaría con un tipo muy general de introspección, que se limitara a tomar nota de la conexión entre preferencia y escasez. Este sería el único hecho psicológicamente relevante, y el único fundamento empírico de la teoría económica. A mayor conciencia de esa conexión, más ordenadas serían las preferencias, y mayor sería la conciencia de escasez.

De todos modos, Robbins se resistía a dejar completamente de lado la subjetividad del individuo. Se daba cuenta que las preferencias, en cuanto previsiones, son necesariamente subjetivas; inseparables de las valoraciones psicológicas de cada individuo. Por un lado reconocía que para que la economía fuese una ciencia separada de la psicología, tenía que partir de hechos objetivos, decisiones, cuya objetividad sólo podía provenir de la lógica de su ordenación. Lo cual implicaba dejar de lado todo tipo de comparaciones intersubjetivas. Enfrentado con esta tensión entre lo subjetivo y lo objetivo, que no sabía como resolver, Robbins

adoptaría una postura ecléctica, que le gustaría no fuera incoherente, pero que al final no dejaría de serlo.

No tenía dudas Robbins, de que había sido el intento de estudiar la motivación de la elección, lo que de modo inevitable había llevado a dar entrada a la psicología en la economía. Para evitarlo, había que limitarse a estudiar la lógica abstracta de las decisiones. Una postura metodológica que sólo podía ser aceptable, si pudiera darse por seguro que la estructura lógica de las decisiones, y el acto de elección, eran la misma cosa. Es decir, si se pudiera dar por resuelto el nada sencillo problema de la causalidad de la acción. Era muy difícil encontrar una salida a esta dificultad sin caer en uno de los dos extremos, o el escepticismo de Hume, o el logicismo de los *neokantianos*. Es decir, o bien había que suponer una motivación dinámica, externa al sujeto, como proponía el utilitarismo, o bien suponer que el sujeto, por sí mismo, establecía una ordenación a priori de sus decisiones, sin ningún tipo de motivación; como proponía el subjetivismo. Ante esta disyuntiva Robbins acabaría por adoptar la postura de que la teoría económica tenía que estudiar las decisiones como estructura lógica consistente, pero sin abandonar un cierto fundamento introspectivo. Pero, esto último, una supuesta génesis psicológica de la decisión, era una caja negra, que de ningún modo había necesidad de abrir para elaborar la teoría económica. Una postura que resultaba inconsecuente, y muy difícil de mantener.

En el ámbito norteamericano, P. Samuelson (1915-) se propuso el proyecto de elaborar la economía, tomando como punto de partida lo único objetivo y observable de la conducta humana: la elección, dejando fuera el estudio de las preferencias. Lo cual era lo mismo que dar por supuesto que la "preferencia" quedaba perfectamente revelada en el acto de elección. De tal modo que no había necesidad alguna de explicar como la elección conectaba con algún tipo de operación que se pudiera desarrollar en lo interno de un agente empírico concreto.

Este modo de entender la elección permitiría expresarla en puros términos lógicos formales. Es decir, como una función objetivo, representativa de cualquier agente, humano o no. Un agente que sería una especie de algoritmo o máquina matemática de elección, que se limitaría a seleccionar un elemento de un conjunto ordenado, que de modo binario, cumpliera las condiciones lógicas de no contradicción. Con estos supuestos, Samuelson pudo deducir, sin recurrir a una función de utilidad ordinalista, "casi" todos los resultados de la teoría de la demanda. Pero no quedaba claro si ese tipo de agentes seguían una conducta maximizadora.

Con esta actitud metodológica, lo que pretendía Samuelson era tender un puente entre la racionalidad como maximización, que tiene que ver con una causalidad psicologista, y la racionalidad como consistencia, que tiene que ver con la lógica. Para eso dio por supuesto la perfecta equivalencia de los modelos físico-matemáticos con los sistemas lógico-matemáticos. Eso explica que, en su opinión, una elección consistente no sólo revelaría la preferencia del sujeto, sino también el interés. El problema residía en que la racionalidad como consistencia es atemporal, o estática, mientras que la decisión por esencia es algo dinámico.

Se puede decir que el camino recorrido por los economistas en su huida del psicologismo había desembocado finalmente en un modo de definir al agente económico como un *quidam rationalis*, tan abstracto y formalista, que a su lado el *homo oeconomicus*, era de un realismo

desbordante. Incluso la famosa fotografía de los gustos del individuo, de que había hablado Pareto para referirse a las curvas de indiferencia, resultaba demasiado concreta y pictórica. Por contraste el nuevo modelo de agente podía aplicarse tanto a un hombre, a un grupo de hombres, a un animal, o una máquina. Lo decisivo de ese modo de entender la racionalidad era una consistencia lógica desvinculada de todo agente empírico.

El terreno había quedaría preparado para que, en 1954, el agente económico quedase finalmente establecido a partir de una concepción abstracta de la utilidad. Elaborar esta estricta teoría normativa de la conducta racional económica sería la aportación de L. Savage (1917-1971). A partir de entonces, por conducta racional se ha entendido aquella que siempre elige el conjunto de decisiones, de entre todas las posibles, que tenga la mayor utilidad esperada. Una definición donde el concepto de utilidad quedaba ligado a hechos esperados probables, es decir, a un conjunto de consecuencias previsibles, pero de las que no se sabe con certeza, si van a llegar a ocurrir.

Este modo de entender la utilidad tenía un antecedente remoto en el modo en que en 1773 D. Bernouilli (1700-1782) propuso dar solución a la llamada “paradoja de San Petersburgo”. Se trataba de un juego que consistía en lanzar una moneda hasta que saliese cara. Si en la tirada k aparecía por primera vez cara, el jugador recibiría 2^k . ¿Cuánto estaría alguien dispuesto a pagar por participar en este juego? La paradoja consistía en que en principio la ganancia esperada era infinita, y sin embargo nadie estaba dispuesto a pagar más que dos o cuatro, por participar en ese juego. Para resolver la paradoja Bernouilli sostuvo que al jugador no le interesaba la ganancia esperada, sino la utilidad esperada, que efectivamente calculada se situaba entre dos y cuatro. Una solución que partía de la idea de que la ganancia monetaria tenía utilidad marginal decreciente en forma logarítmica. En realidad la propuesta de Bernouilli no resolvía la paradoja, ya que dejaba sin explicar por qué esa utilidad de la moneda era decreciente. En cualquier caso, puso las bases para una definición axiomática y formal de una utilidad abstracta que es lo que llevaría a cabo Savage.

Lo más interesante de la aportación de Bernouilli consistió en poner de relieve que, en principio, al individuo no le interesaba un conjunto infinito de elementos, una ganancia infinita, que nunca consideraba en acto. Por eso, como pensaba Poincaré, sólo tenía presente los sucesos factibles, las dos o tres primeras tiradas de la moneda. Como ya había advertido Poincaré a Walras, dar por supuesto un horizonte temporal infinito, entender que los individuos tenían una perfecta previsión, constituía no sólo una falta de realismo, sino un uso equivocado del concepto matemático de infinito.

La teoría de la decisión racional social.

La imposibilidad del cálculo del bienestar.

No cabe duda que el economista que más se ha ajustado a los ideales del nuevo individualismo ha sido K. Arrow (1921-). Su proyecto intelectual se iría afirmando con el tiempo, y se iniciaría con ocasión de su participación en los debates entre la economía capitalista y socialista, que tuvieron lugar en algunos ámbitos académicos norteamericanos, a partir de los años cuarenta del siglo pasado. Unos debates que surgieron con ocasión de las consecuencias

sociales de la “gran depresión”, que había tenido lugar en aquel país, a lo largo de la década anterior, y que había dado lugar al desarrollo de las políticas sociales del *new deal* del presidente Roosevelt. Los temas de ese debate serían la posibilidad de la planificación económica, en general, y más en concreto, la viabilidad del cálculo efectivo de los precios del equilibrio general, y si era posible establecer criterios racionales de decisión social, a la hora de diseñar y llevar adelante políticas económicas y sociales.

Muy influenciado por la filosofía política de Dewey, la principal preocupación de Arrow sería elaborar argumentos en defensa de la democracia, basados en un concepto de individuo como libertad en proyección, incompatible por tanto con cualquier esquema de planificación. Desde su punto de vista las decisiones de los individuos eran inviolables, e incomparables. Por otro lado, también era manifiesta la influencia recibida del positivismo lógico, de modo especial a través de B. Russell, cuya lógica había estudiado con mucho interés. Para Arrow, la ciencia tenía que recurrir a una metodología basada en un sólido razonamiento abstracto, en una lógica matemática muy formalizada. En su opinión, para que la economía llegase a ser una verdadera ciencia, había que seguir un método de ese tipo, único modo de formalizar las regularidades de las conductas de los individuos.

Uno de los primeros proyectos al que fue invitado a participar sería construir una función de bienestar colectivo, aplicable a toda una sociedad. El instrumento utilizado para llevar a cabo ese proyecto sería la teoría de conjuntos, una técnica matemática hasta entonces muy poco usada por los economistas. A partir de la idea de conjuntos bien ordenados, o de elecciones transitivas, llegaría a establecer una definición de “decisión racional” que se apartaba del planteamiento típico de los economistas marginalistas. Supuso que a cada individuo se le asignaba un conjunto bien ordenado de decisiones sobre los posibles estados de bienestar social, que incluiría no solo sus propios deseos de consumo, sino también sus actitudes sociales, sus ideas sobre la justicia o distribución social, y sobre el modo de asignar beneficios a través de una decisión colectiva. El objetivo era establecer una *constitución*, una regla que permitiera la elección racional entre el conjunto ordenado de las preferencias de todos los individuos. Una ordenación que debería cumplir las siguientes condiciones: La primera sería la llamada “condición de racionalidad colectiva”, según la cual todos los posibles estados sociales podrían ser completamente ordenados, de tal modo que la elección necesariamente recaería en el preferido a todos los demás. La segunda sería la llamada “condición de Pareto”, según la cual no habría elección mientras hubiese alguna alternativa que cada uno seguiría prefiriendo por encima de las otras. La tercera sería la llamada “condición de ausencia de dictadura”, según la cual la elección nunca sería por imposición, sin tener en cuenta las ordenaciones de los otros. La cuarta sería la llamada “condición de independencia de las alternativas irrelevantes”, según la cual la elección sería entre ordenaciones que ya tuviesen establecidas los individuos, no sobre las que pudieran surgir. Arrow llegaría a la conclusión de que estas cuatro condiciones eran incompatibles. Un resultado parecido al que había llegado Condorcet en 1785, cuando estableció que la elección por voto mayoritario no lleva nunca a una ordenación consistente. En otras palabras, que la transitividad no era posible. Con este resultado Arrow creía haber probado la imposibilidad lógica de ordenar decisiones colectivas de interés público o social. Cosa muy sencilla de comprobar en el caso de dos o más individuos que pretendiesen llevar a cabo decisiones conjuntas, sobre tres o más alternativas. Parecía estar convencido de haber

proporcionado un argumento muy sólido contra todo tipo de planificación económica centralizada.

El antiguo individualismo utilitarista había surgido, a través de Locke y Hume, y había pretendido dar solución liberal a la génesis del orden social, a partir del concepto de “estado de naturaleza”, tal como lo había planteado Hobbes. La idea fundamental había sido que el orden social surgiría de un cálculo de la ventaja que obtendrían los individuos de la asignación de recursos en un futuro de paz y armonía. Es decir, el viejo individualismo había entendido la justicia como el cálculo de un reparto, según el criterio de la mayor felicidad para el mayor número.

Para el nuevo individualismo, ese modo de entender la justicia dejaba abierta la posibilidad de dominio y manipulación de unos individuos sobre los otros, ya que se partía de una discriminación inicial entre las capacidades y dotaciones de los distintos individuos. Además, si como parecía sugerir el resultado de Arrow, ese cálculo no era posible, era necesaria una nueva teoría de la justicia, que no fuera utilitarista, ni se fundara en un cálculo de consecuencias previsibles.

Construir esa nueva teoría de la justicia sería el objetivo que se propondría J. Rawls (1921-2002). Influidor por el enfoque de Neumann, pensó que no era mala idea enfocar la sociedad como una matemática, o un juego, de tal modo que en lugar de la vieja teoría del contrato social, de inspiración utilitarista, la justicia fuera planteada como una especie de teorema fundamental de la teoría de la decisión racional social.

Para ello, en lugar de tomar como punto de partida el “estado de naturaleza” hobbesiano, Rawls propuso lo que llamaba “posición original”. Una hipotética situación en la que se encontrarían unos individuos, decisores racionales, que no pretendían establecer la sociedad a partir de un contrato utilitarista, del cálculo de una asignación resultante, sino llevar a cabo un pacto sobre los principios comunes de justicia que regularían sus acciones. Es decir, tendrían una idea de la justicia como imparcialidad o indiferencia respecto de los resultados o consecuencias. En términos de la teoría de juegos, se trataría de establecer las reglas básicas comunes a las que debían atenerse todos los jugadores. Es decir, fijar la estructura del pacto original, de la constitución del juego de una sociedad. En lugar del criterio de la mayor felicidad para el mayor número, se trataba de guiarse por el ideal de la igualdad de derechos, de idénticas posibilidades de acción para todos los individuos

Este tipo de justicia daría lugar a un orden social que no dependería de un espectador imparcial, como era el “subastador walrasiano”, que observaba y juzgaba las consecuencias de las decisiones de los individuos, sino de la condición inicial, patente para todos, la radical igualdad de derechos. Precisamente por eso, proponía Rawls que los individuos en la “posición original” deberían estar situados detrás de un “velo de ignorancia”, que les impidiese ver la condición concreta que tendrían en el seno de la sociedad. Sólo así se podría garantizar imparcialidad en la elección de las reglas del juego.

Puesto que se trataba de elegir reglas de acción comunes para todos, sin tener en cuenta para nada las consecuencias, habría que partir de consideraciones muy genéricas. Pero, por eso

mismo, y eso constituía un grave inconveniente, tendrían que saber como los distintos tipos de reglas afectarían a todo los individuos, no sólo a los existentes en el presente, sino a los de las generaciones futuras.

Para Rawls los individuos se conducirían de acuerdo a un criterio *minimax*, es decir, según una conducta de aversión al riesgo, de buscar la máxima ganancia con la mínima pérdida. El hecho de que los individuos se guiasen por una razón instrumental, por un criterio de eficacia, era algo fundamental para Rawls, pues pensaba que de ese modo evitaba que su teoría de la justicia fuese tildada de normativa. Pero de este modo pretendía algo tan insólito como que un conjunto de solipsistas racionales, que se movían exclusivamente por consideraciones de ventaja personal, llegasen a establecer un pacto sobre las reglas de juego comunes, a una justicia entendida como imparcialidad e indiferencia respecto de los resultados concretos.

De todos modos, la elección de derechos o reglas de juego tenía que ser sobre algo concreto, lo que para Rawls eran los “bienes sociales primarios”. Aquellos que un hombre racional situaría por encima de cualquier otra cosa. Como por ejemplo, las libertades, las oportunidades y poderes, los ingresos y riquezas. Además, para evitar comparaciones intersubjetivas, estos “bienes sociales primarios” estarían repartidos por igual, a no ser que la desigualdad fuese en beneficio de todos.

Rawls pronto llegaría a la conclusión de que su teoría de la justicia era inviable, sobre todo desde el punto de vista de la teoría de la decisión racional social. En 1985 confesó abiertamente que había sido un error plantear la teoría de la justicia como parte de la teoría de la decisión racional social. Este cambio sería debido, sobre todo, a las dificultades con las que se tropezaría a la hora de definir lo que se debía entender por acción racional. En el fondo, se enfrentaba con un problema imposible: no se puede llegar a la justicia, práctica por excelencia, a partir de una racionalidad instrumental.

J. Harsanyi (1920-2000) se opondría a la idea de Rawls de situar a los individuos detrás de un velo de ignorancia sobre las posibles consecuencias de sus propias decisiones. Sostenía que Rawls no había entendido el sentido del concepto del *maximin* o *minimax* empleado por Neumann. En lugar de suponer ignorancia por parte de los individuos, había que apoyarse en el concepto de utilidad esperada que supone incertidumbre, pero no ignorancia. Para lo cual había que admitir un mínimo de comparación de bienestar entre los individuos. En cualquier caso, sostenía Harsanyi, esa comparación no se realizaría sobre supuestos éticos o políticos. El orden social sería entonces resultado de maximizar la utilidad promedio de los miembros de la sociedad, y no la utilidad total, como había propuesto Bentham. Con esta propuesta, Harsanyi resolvía la paradoja del teorema de la imposibilidad de Arrow.

Ante este tipo de desarrollos, como el de Rawls y Harsanyi, la postura de Arrow ha sido mostrarse muy escéptico sobre el sentido de las comparaciones interpersonales de utilidad. Ha sostenido, no sin razón, que la misma idea de los “bienes primarios” llevaba implícita la realización de comparaciones personales intersubjetivas. En su opinión no había mucha diferencia entre el enfoque de Rawls y el de los utilitaristas. Además, en los supuestos epistemológicos de la “posición original” de Rawls no estaban excluidas implicaciones totalitarias en el modo de organizar la sociedad. No era incompatible con la posibilidad de

justificar el autoritarismo bajo el supuesto de una visión superior, no justificada empíricamente. Una preocupación por la posibilidad de la introducción del totalitarismo, a través de elementos idealistas o metafísicos, que se consideran inconsistentes con el individualismo metodológico, y con la indagación racional democrática, que ha constituido una constante en el desarrollo de la teoría de la decisión racional social. Pero, conviene no olvidar, que extremar esa postura metodológica constituye una forma de totalitarismo encubierto.

En 1977 Arrow admitió, a regañadientes, que no quedaba más remedio que aceptar un mínimo de comparación interpersonal de bienestar subjetivo, como habían sostenido Rawls y Harsanyi. Con la aceptación de este mínimo, que se ha dado en llamar “simpatía extendida”, se han hecho posible varias soluciones al llamado teorema de imposibilidad de Arrow.

Bienestar y teoría de la decisión racional social.

Al mismo tiempo, dentro de su proyecto intelectual, Arrow tenía que demostrar no solo que era imposible el cálculo de una planificación centralizada, sino que una sociedad donde que cada individuo tuviese completa libertad para elegir y perseguir sus propios fines, con independencia de los demás, no daría lugar a una situación de conflicto y caos, sino a un orden social estable. Una demostración que evidentemente no podría llevar a cabo por la vía del cálculo. Tenía que limitarse a demostrar su posibilidad lógica a priori.

De modo más concreto, se propondría demostrar que siempre sería posible establecer la existencia de un equilibrio competitivo, que además sería un óptimo de Pareto. Algo que el mismo Pareto había intuido, pero que no había sido capaz de demostrar; precisamente porque había seguido el camino equivocado, el recurso a su cálculo efectivo. El nuevo camino que proponía Arrow era el recurso a teoremas relacionados con algunas propiedades de la teoría de conjuntos. En realidad una generalización, una versión abstracta para la teoría de conjuntos, del método de cálculo empleado por Pareto.

Arrow partiría de un esquema del equilibrio general de la economía muy parecido al de Walras, es decir, como enfrentamiento entre la multitud de demandas y ofertas de todos los individuos. La solución sería la coordinación de las decisiones descentralizadas de esa multitud de individuos, solución que se produciría cuando hubiese balance entre las ofertas y las demandas de todos los bienes.

En un primer intento de hallar la solución a un problema de este tipo, Walras había pretendido un cálculo de los precios de equilibrio, los correspondientes a un óptimo social normativo, en el sentido de proporcionar la máxima satisfacción a todos los individuos. Pronto se advertiría que el concepto del “subastador walrasiano”, encargado de llevar a cabo el cálculo de esos precios, sería más aplicable a una economía de planificación centralizada, que a una economía descentralizada.

En su huída del psicologismo Pareto había modificado la definición del equilibrio general en un sentido no normativo. Desde su punto de vista, el equilibrio general sería sobre todo un modo de juzgar la eficiencia en la asignación de recursos, a partir de una situación inicial. A partir de un diagrama muy similar a la llamada “caja de Edgeworth”, suponiendo que la

situación inicial de la sociedad se correspondiese con un punto de ese diagrama, se preguntó Pareto si sería posible alcanzar otro punto del diagrama, al que le correspondiese una asignación de recursos, que otorgase mayor bienestar para todos. Si no existía ningún punto del diagrama al que desplazarse, sin que resultara perjudicado el bienestar de, al menos, uno de los individuos, el punto de partida constituiría por definición un óptimo social de bienestar. Sería además un punto de equilibrio, ya que en principio no habría unanimidad para proceder a un cambio. Una situación que ahora se conoce entre los economistas como “óptimo de Pareto”.

El esquema tipo “caja de Edgeworth”, empleado por Pareto, suponía solo dos individuos, con dos bienes. La asignación óptima de recursos, un estado de equilibrio, sería el punto de tangencia de dos “curvas de indiferencia” de los dos individuos, y estaría situado sobre una recta que separaría completamente esas dos curvas. En otras palabras, en ese punto coincidiría una propiedad local, la tangencia, o igualdad de las tasas marginales de sustitución de los dos individuos, con una propiedad global, la separación de las dos curvas de indiferencia por la misma línea recta. En el marco del análisis real clásico, Pareto no pudo demostrar la equivalencia entre competencia, equilibrio, y óptimo, ya que no había modo de convertir en global una propiedad local de tangencia entre dos curvas de indiferencia.

Ante este tipo de dificultades, otro economista italiano, E. Barone (1859-1924) pensó que sería mejor estudiar el problema del equilibrio general desde el lado de la producción. En tal caso, el equilibrio vendría definido por la compatibilidad entre el conjunto de todas las posibles actividades productivas, que usasen el mismo conjunto de factores de producción. Un problema que podría plantearse como un sistema de relaciones lineales homogéneas de primer grado, representativas de todas las combinaciones productivas empleadas en la economía. La solución de ese sistema de relaciones lineales sería un vector de precios, para los que habría igualdad entre los ingresos y los gastos de todos los productores. Como puede comprobarse, Barone, del mismo modo que Walras, suponía que en equilibrio general, los beneficios de todos los procesos productivos serían nulos. La ventaja del método de Barone era que al no recurrir al análisis infinitesimal, ni a ningún supuesto psicologista, el problema del equilibrio general podría ser resuelto mediante una técnica de separación de conjuntos, por líneas rectas, que ahora se conoce como “programación matemática lineal”.

A la vista de este resultado, sostenía Barone que en principio una planificación socialista, que siguiese un sistema de ecuaciones como las suyas, daría lugar a un equilibrio general, con el mismo resultado de bienestar que el resultante de un sistema económico descentralizado. La única dificultad sería la complejidad del cálculo del sistema de ecuaciones, debido a la enorme cantidad de información necesaria.

Cuando Arrow se enfrentó con este problema, partiría de la intuición de Pareto de que en la solución, competencia, equilibrio, y eficiencia, coincidían, pero se propuso demostrarlo de otro modo. Se limitaría a establecer un teorema de existencia de esa posible solución, a partir de una generalización abstracta del diseño de la “caja de Edgeworth”. Para lo cual recurriría a las propiedades de los conjuntos convexos, es decir, en lugar de usar líneas rectas usaría hiperplanos, y en lugar de usar curvas de indiferencia, usaría los conjuntos ordenados de decisiones.

Por esta vía pudo demostrar lo que llamaría el “primer teorema fundamental de la economía del bienestar”, según el cual, un equilibrio general competitivo se correspondería con un óptimo de Pareto. Y a continuación, como una consecuencia inmediata, lo que llamaría “segundo teorema fundamental de la economía del bienestar”, según el cual una asignación eficiente, en el sentido de Pareto, se correspondía necesariamente con un equilibrio competitivo. De este modo creyó haber demostrado que en una economía donde los individuos aislados tomaban decisiones de modo descentralizado existía por lo menos un equilibrio general competitivo, es decir, un estado donde las decisiones de todos los individuos serían compatibles. En otras palabras, que en esa economía sería capaz de generar un sistema de precios, sin indicar cómo, que llevaría al orden, en lugar de a un potencial caos.

En 1970, A. Sen, que había dedicado muchos años al estudio de la relación de la teoría de la decisión racional social, y la economía clásica del bienestar, negaría la posibilidad de establecer un óptimo de Pareto en el seno de una sociedad liberal, definida en el sentido de Arrow. En otras palabras, que había una contradicción entre el teorema de imposibilidad de Arrow, y sus versiones de los teoremas del bienestar. Algo comprobable de modo inmediato para el caso de dos individuos que tuviesen que decidir entre tres opciones, donde era patente que no había posibilidad de llegar a una decisión que cumpliera los tres requisitos de “dominio universal”, de “condición de Pareto”, y de “mínimo de liberalismo”. En otras palabras, que los derechos individuales resultaban incompatibles con el bienestar social, definido, en el sentido de Pareto.

En una línea muy parecida R. Sugden puso de manifiesto, en 1991, que en la teoría de la elección racional social de Arrow la existencia de la coerción era algo axiomático. En este sentido se podía decir que el concepto de óptimo de Pareto no era el mismo cuando lo empleaba Arrow. Mientras en el esquema de Pareto los individuos se preocupaban solo de sus bienes, y no tenían preferencias sobre la situación de los otros, en el de Arrow ya había una visión sobre el resultado total.

Casi al mismo tiempo que Arrow establecía sus “teoremas del bienestar”, otro matemático, G. Debreu (1921-) llevaría a cabo una generalización muy parecida a la de Arrow. Para Debreu, el único modo de enfrentar con éxito los problemas de optimización era enfocarlos desde la lógica pura, dejando de lado todo lo semántico o interpretativo. Sólo así la economía podría llegar a ser una ciencia rigurosa, expresable en un lenguaje formal, vacío de “posibles realidades”. La interpretación económica sería por tanto algo sobrevenido. De todas maneras, el enfoque de Debreu no hubiera sido posible si no hubiese partido del concepto intuitivo del equilibrio general de Walras, que le serviría como una propedéutica de sus modelos matemáticos abstractos. Sólo a partir de las intuiciones de Walras, pudo seleccionar los conceptos primitivos, que posteriormente transformaría en objetos matemáticos, vacíos de sentido, y de ese modo establecer los teoremas que constituyen su economía topológica.

En un trabajo realizado en común, Arrow y Debreu formalizaron el equilibrio general de Walras como un sistema en el que cada individuo, o conjunto ordenado de sus decisiones, disponía de un entorno reducido de decisión efectiva, determinado por las decisiones de los otros individuos. Donde cada individuo, decidiría con vista a obtener el mejor resultado posible, de acuerdo con sus ordenaciones y restricciones. Pudieron demostrar que en ese sistema existía por lo menos una solución, y que venía a coincidir con el llamado “equilibrio de

Nash". Esta demostración la llevaron a cabo a partir de una variante de la versión que hizo Kakutani del teorema del punto fijo de Brouwer.

Arrow y Debreu siempre han tratado de marcar diferencias con el enfoque de Neumann. Mientras este último despreciaba el planteamiento de los excesos de demanda de Walras, ellos han presumido de haber empleado el mismo esquema de los excesos de demanda, que consideraban un modo de describir la conducta de los consumidores, más adecuado que la matriz de pagos. Pero en el fondo, no porque tuviese más sentido económico, sino por exigencia del enfoque matemático elegido.

Podemos concluir diciendo que en el período comprendido entre los años 1940 y 1960 el problema económico, como juego de intercambios entre una multitud de jugadores, o como "equilibrio general", había sido "resuelto" por un teorema *minimax*, por un teorema de separación de los conjuntos convexos, y por un teorema de un "punto fijo". En 1962 H. Uzawa demostraría que los tres tipos de teoremas eran rigurosamente equivalentes desde el punto de vista formal.

Una valoración del "equilibrio general".

A comienzos de la década de los ochenta, el trabajo de Arrow y Debreu llegaría a ser considerado el máximo logro científico de la llamada economía matemática. Para muchos era el prototipo de lo que en lo sucesivo debía ser el desarrollo de la ciencia económica. No obstante, su triunfo sería efímero, pronto se empezaría a poner de manifiesto que adolecía de graves deficiencias, no sólo formales, sino también conceptuales.

Casi en los mismos años que se desarrollaban los trabajos de Arrow y Debreu, en el Cambridge británico, se había desarrollado una visión de la economía en la que era posible un equilibrio no deseado, por ejemplo, una situación con desempleo involuntario, sin que de nada sirviesen las decisiones de los individuos. Parecía posible, entonces una situación de equilibrio estable, que no fuese un óptimo social. Esto provocaría, que en el seno del programa del equilibrio general, tal como lo enfocaban Arrow y Debreu, se abriese una nueva línea de investigación encaminada a demostrar tres resultados que se consideraban fundamentales. Primero, la existencia efectiva de un equilibrio competitivo; segundo la unicidad de ese equilibrio; y tercero su estabilidad. Se puede decir, que en el momento presente, ninguno de esos objetivos ha sido alcanzado de modo plenamente satisfactorio. Todos los intentos de demostración han constituido un fracaso.

A la hora de establecer las causas de ese fracaso, se puede decir, sin muchas vacilaciones, que se correspondían con la estructura del método lógico abstracto empleado por Arrow y Debreu, que es completamente distinto al "proceso de tanteos" de Walras y Pareto. Un método esencialmente abstracto y estático, difícilmente compatible con el estudio de la unidad y estabilidad de un equilibrio. Para un estudio de este tipo se requiere algún tipo de dinámica subyacente. Esto es así, porque lo que hay que demostrar es que todas las posibles trayectorias que pueda seguir el sistema, convergen hacia un equilibrio, a un "atractor", de modo que se puede llegar a establecer que ese equilibrio es único y estable. Más en concreto, se requiere modificar los precios de una situación inicial de equilibrio, para comprobar, mediante un

“proceso de tanteos”, como, poco a poco, el sistema volvería a su posición inicial de equilibrio. El problema es que en la estructura lógica de los modelos de Arrow-Debreu no hay nada dinámico que permita dar respuesta a la pregunta ¿quién y cómo, llevaría a cabo esa modificación de los precios?

En cualquier caso, llevar adelante la demostración de la unicidad y estabilidad del equilibrio era imprescindible. Mientras no se llevase adelante, podría suceder que hubiese más de un equilibrio, y que el sistema fuese estable, con lo que no habría modo de asegurar que el equilibrio en que se encontrase la economía en cada momento fuese un óptimo. Desde hace unos veinte años, han sido incontables los intentos por modelar algo así como un “proceso de tanteos”, compatible con la estructura de los modelos tipo Arrow Debreu, sin que hasta el momento ninguno de ellos haya aportado un avance significativo. También se ha pretendido un camino distinto. Es decir, evitar el uso de los “tanteos”, estudiando como se podría producir el ajuste de precios mediante intercambios efectivos entre los individuos, con precios que no son de equilibrio. El inconveniente de este procedimiento es que entonces la unicidad y la estabilidad las tiene que aportar la estructura de los mercados, lo cual supone un enfoque muy distinto.

El origen último de todas estas dificultades reside en la génesis misma del diseño del modelo del equilibrio general. Walras, con el fin de proporcionar algún tipo de justificación de cómo se podría alcanzar el equilibrio general, que daba por supuesto que existía, había recurrido a la idea intuitiva de un “proceso de tanteos”; es decir, a un proceso de continua revisión de los precios, en función de los excesos de demanda. De este modo, se generaba una sucesión de vectores de precios, que convergería al vector de precios de equilibrio. También se puede decir que se generaba una sucesión de excesos de demandas, que convergería a un valor nulo. En cualquier caso, para Walras, no había ninguna duda de que un proceso recursivo, como por definición es un “proceso de tanteos”, llegaría un momento en que se convertiría en un estado, en un equilibrio. Algo que nunca sería capaz de demostrar en forma rigurosa. Precisamente por eso, se le ocurrió el recurso al *deus ex machina* de un “subastador”, una especie de demonio dotado de omnisciencia y omnipotencia, que daría respuesta a preguntas tales como: ¿Quién, y de qué modo, “revisaría” los precios? ¿Quién, y cómo, llevaría la cuenta del número de iteraciones realizadas? ¿Por qué ese número no podría ser infinito?

Fue precisamente la incapacidad de llegar a una demostración rigurosa de la existencia de un “subastador”, en otras palabras, de cómo un proceso podía convertirse en un estado, lo que llevaría al recurso de los teoremas de existencia, tipo “equilibrio de Nash”. Se trataba de una alternativa para dar salida al problema del equilibrio general. De todas maneras, para la demostración de esos teoremas hubo que imponer restricciones muy fuertes, e irreales, tales como identificar preferencias con decisiones, o tomar a los individuos por conjuntos abstractos bien ordenados, que resultarían incompatibles con un tratamiento dinámico.

Por eso, cuando desde este nuevo enfoque, tan abstracto y estático, se pretendió demostrar la unicidad y la estabilidad del equilibrio, y para ello se pretendió volver a introducir algo así como el método del “proceso de tanteos”, lo que pronto se comprobaría era que, en el mejor de los casos, la sucesión de excesos de demanda no sería caótica ni explosiva, pero tampoco

convergería a un estado, sino que oscilaría permanentemente, y de un modo altamente inestable.

Por otro lado, en un campo tan distinto como la matemática de la computación, se había establecido un teorema fundamental, según el cual no era posible, a partir de un autómata finito, construir de modo recursivo un sistema, un mecanismo, que fuese capaz de computación universal. En otras palabras, no era posible que un sistema que carece de capacidad de auto organización, se transforme, por sí mismo, en otro que sí lo sea. Para dar ese paso se requiere algo de naturaleza no algorítmica. Cuando los economistas descubrieron ese teorema, se dieron cuenta de los motivos lógicos de por qué la demostración de Walras era imposible, y que su recurso a la ficción del “subastador” era precisamente ese algo de naturaleza no algorítmica.

En el momento presente, los métodos constructivos de cálculo, basados en el uso de algoritmos, se suelen situar en lo que ahora se llama enfoque digital o computacional de la economía. Pero conviene advertir que no era ese el planteamiento de Walras. Desde luego nunca pretendió un cálculo digital, sino analógico. En otras palabras, no se planteaba la economía como un proceso, sino como un estado. Eso explica su insistencia en la necesidad del subastador, un “demonio” capaz de dar el salto desde el modo digital de los “procesos de tanteos”, al modo analógico de la determinación de un estado de equilibrio, a la resolución de un sistema de ecuaciones bien determinadas. Un paso que, ahora ha quedado claro, no se puede lograr mediante computación, o lo que es lo mismo, mediante un mecanismo, por complejo que este sea. Una imposibilidad que para la economía está relacionada con los problemas de “auto referencia”, “regresión a infinito”, y “reproducción” inseparables de la decisión humana, o lo que es lo mismo, con la formación de expectativas, el aprendizaje, y el crecimiento, y que son propios de la acción humana.

Desde la perspectiva actual, se puede entender todavía mejor el aparente “éxito” de los teoremas de “punto fijo” de Brouwer. Aseguraban la existencia de un equilibrio, sin recurrir al proceso de tanteos, ni algún tipo de dinámica, más o menos psicologista. De este modo hacían innecesario enfrentarse con aspectos muy difíciles pero esenciales de la acción humana, como la “autorreferencia”, la regresión a infinito, y la “autorreproducción”. La gran ventaja es que bastaba con definir el agente como un conjunto bien ordenado. No obstante, Arrow y Debreu nunca dejaron de suponer que la conducta económica de los individuos tenía una motivación simple y constante. Algo que en realidad no tiene mucho sentido dentro de ese enfoque, pero que venía exigida por el muy antiguo prejuicio, por lo menos desde los tiempos de Walras, de que la economía constituía un problema de optimización paramétrica.

Plantear la economía como un problema de optimización paramétrica supone que se trata de un sistema dotado de una dinámica real H^* , que es percibida de modo subjetivo por cada individuo, a través de una representación H . Se puede decir que ese problema tiene solución si H converge asintóticamente a H^* . Vistas así las cosas, se puede decir que Walras había pretendido demostrar que H convergía a H^* , a través de un “proceso de tanteos”. Como esa explicación se buscó, pero no se encontró, surgió la alternativa de los teoremas de “punto fijo”. La esencia de esos teoremas consistía en demostrar que existía una aplicación T , llamada “reacción o mejor respuesta”, que verificaba $H^* = T(H)$, que tenía un “punto fijo”, que sería

precisamente el equilibrio general buscado, la solución al problema de la economía entendida como optimización paramétrica.

Precisamente para evitar enfrentarse con el aspecto dinámico de la economía, con el “proceso de tanteos”, para los que no existe la posibilidad de la aplicación T, se recurrió a los teoremas de “punto fijo” que dan por supuesto la existencia de esa aplicación T. En otras palabras, la alternativa fue introducida por razones que nada tenían que ver con la realidad de la conducta económica, sino exclusivamente como un modo de saltar por encima de una limitación metodológica. Se puede decir que, bajo apariencia de rigor topológico, los teoremas de punto fijo imponen que la predicción o estimación subjetiva de los individuos necesariamente tiene que converger con un supuesto valor de equilibrio. Una variante mucho más sofisticada de la hipótesis de la competencia perfecta, impuesta por Walras.

Cabe ahora preguntarse, ¿de dónde salió la inspiración de plantear el problema económico como una optimización? La respuesta tiene que ver, sin duda, con el deseo de copiar el método de la física matemática. En este caso, la dinámica H^* de un sistema mecánico puede quedar resumido en lo que se llama su *hamiltoniana* H , expresión sintética del conjunto de ecuaciones infinitesimales que la representan, y que facilita grandemente su cálculo. Además, en un sistema mecánico, de tipo newtoniano, no hay distinción entre una H subjetiva, y otra H^* real y objetiva, lo que explica la factibilidad y sencillez del cálculo. Walras creyó que este esquema sería trasladable a una economía convertida en psíquica matemática, sin caer en la cuenta que en el caso de la acción humana necesariamente hay que distinguir entre una dinámica H subjetiva, la estimada por el individuo representativo, y una dinámica H^* real y objetiva. En otras palabras, ignoró el problema de la regresión a infinito. Consideraba que los individuos se comportaban como partículas inermes, movidas de modo exógeno, por una dinámica en la que no había distinción entre H y H^* .

El recurso a las *hamiltonianas* ha constituido un poderoso instrumento metodológico del análisis real, especialmente en el campo de la mecánica clásica, hasta que, en 1889, Poincaré demostró que los problemas más interesantes de la dinámica no podían ser tratados como sistemas integrables, ni eran susceptibles de formulación *hamiltoniana*. Lo cual representó un duro revés para el sueño de Laplace de construir un “demonio” capaz de controlar un futuro previsible. Este resultado ponía de manifiesto que, con mucho más motivo, ese método no podía ser el adecuado para enfrentarse con problemas considerablemente más complejos, como son los relacionados con la coordinación de decisiones de una multitud de individuos que se mueven por una dinámica subjetiva.

En cualquier caso, se puede ver ahora con mayor claridad que la aplicación de los teoremas de punto fijo al problema económico, han mantenido la idea walrasiana de unos individuos que no actúan, sino que son actuados. Suponen la exclusión de todo lo temporal y procesal. No proporcionan una explicación de la génesis de los precios, del funcionamiento del “proceso de tanteos”. Presente, pasado, y futuro, colapsan en un único instante, donde todo está dado, o lo que es lo mismo, suponen perfecta previsión, o lo que es lo mismo, suponen mercados perfectamente establecidos, de una vez por todas, para todos los bienes, así como una tecnología única e invariable, con ausencia de rendimientos crecientes. Un mundo donde dinero se convierte en una información redundante.

En 1973, Scarf se propuso llevar a cabo una demostración constructiva del equilibrio general, dando lugar a lo que se ha dado en llamar “Programa del equilibrio general computable”. El punto de partida consistiría en plantear el equilibrio como igualdad entre ofertas y demandas, y renunciar a teoremas de punto fijo. Una alternativa que llevaría a enfrentarse con ese monstruo combinatorio que es el campo de las ecuaciones *diofánticas*. En tal caso, el equilibrio sólo puede aparecer a través de ciclos de decisiones recursivas, que nada tienen que ver con el principio de la decisión óptima, que en principio carecen de solución. Hay que desenvolverse en el ámbito de lo matemáticamente *indecidible* e incalculable. Incluso suponiendo que se pueda establecer la unidad de una solución, nada puede garantizar que el procedimiento empleado en su construcción esconda una cierta indeterminación. Un planteamiento que es muy poco familiar a los economistas, acostumbrados al análisis real, y todavía más alejados de la teoría matemática de la computación, donde ha surgido el llamado problema de la parada, o interrupción, de la “máquina de Turing”. Un resultado que se corresponde con el más famoso, y más formal, resultado de indecidibilidad obtenido por Gödel. Resultados que apuntan a la idea de que políticas económicas basadas en modelos matemáticos no pueden ser completamente fiables.

En el campo de la física, para enfrentarse con problemas dinámicos complejos, sistemas de interacción entre multitud de elementos, Poincaré propuso que en lugar de una exacta integración, que en la mayoría de los casos no era posible, se buscara la existencia de soluciones periódicas, es decir, comprobar que con el transcurso del tiempo las trayectorias volvían a pasar por posiciones de partida. En ese caso el sistema sería estable, ni explosivo, ni implosivo. Con ese fin diseñó una nueva metodología donde se combinaban análisis infinitesimal, geometría, y topología. De ese modo, como consecuencia de desarrollos posteriores surgiría la llamada teoría de la estabilidad, impulsada por los matemáticos rusos Lyupanov y Pontrjagin, y que en los años cincuenta evolucionaría hasta convertirse en lo que ahora se conoce como “matemática del tiempo”, o “teoría de los sistemas dinámicos”, desarrollada sobre todo por Birkhoff. Se trata de sistemas cuyos estados pueden ser descritos por un número finito de parámetros. En el caso de una economía, por un conjunto de n precios. Algunos economistas han visto en este enfoque una alternativa al cálculo infinitesimal, que permite un estudio global y cualitativo. En todo caso, hasta el momento presente no está claro que los resultados obtenidos hayan sido de gran ayuda para resolver el programa del equilibrio general.

Bibliografía

Amadae, Sonja. *Rationalizing Capitalist Democracy. The Cold War Origins of Rational Choice Liberalism*. Chicago : Chicago University Press; 2003.

Arrow, Kenneth. *General Economic Equilibrium: Purpose, Analytic Techniques, Collective Choice*. American Economic Review. 1974; 64(3):253-272.

Arrow, Kenneth. *Social Choices and Individual Values*. New York: Wiley & Sons; 1951.

Arrow, Kenneth. *Individual choice under certainty and uncertainty*. Oxford. Blackwell. 1984.

Beed, Clive. Kane, Owen. *What is the critique of the mathematization of economics?* *Kyklos*. 1992; 44(4):581-612.

Boylan, Thomas A. O'Gorman, Paschal F. *Axiomatization and Formalism in Economics*. *Journal of Economic Surveys*. 2007; 21(3):426-446.

Bruni, Luigino. Sugden, Robert. *The road not taken: how psychology was removed from economics, and how it might be brought back*. *The Economic Journal*. 2007; (117):146-173.

Frieden, Jeffry A. *Capitalismo global. El trasfondo económico de la historia del siglo XX*. Barcelona: Crítica; 2007.

Friedman, Michael. *A Parting of the Ways. Carnap, Cassirer, and Heidegger*. Chicago y Lasalle. Open Court; 2000.

Giocoli, Nicola. *Modeling Rational Agents. From Interwar Economics to Early Modern Game Theory*. Edward Elgar; 2003.

Golland, Louise Ahrndt. *Formalism in Economics*. *Journal of the History of Economic Thought*. 1996; 18(1):1-12.

Hands, D. Wade. *Economic, Psychology, and the History of Consumer's Choice Theory*. Tacoma WA: Puget Sound; 2007

Ingrao, Bruna. Israel, Giorgio. *The Invisible Hand: Economics Equilibrium in the History of Science*. MIT Press; 1990.

Lewin, Shira B. *Economic and Psychology: Lessons for our own day from early twentieth century*. *Journal of Economic Literature*. 1996; 34:1293-1323.

Mandler, Michael. *Dilemmas in economic theory. Persisting foundational problems of microeconomics*. Oxford: Oxford University Press; 1999.

Mirowski, Philip. *Machine Dreams Economics Becomes a Cyborg Science*. Cambridge: Cambridge University Press; 2002. ISBN: ISBN: 0521775264.

Mirowski Philip. *What were von Neumann and Morgenstern trying to accomplish?* *History of Political Economy*. 1992; special issue.

Mirowski, Philip, Weintraub E. Roy. *The pure and the applied: Bourbakism comes to Mathematical Economics*. *Science in Context*. 1994; vol 7, no 2 pp 245-272.

Morgenstern, Oskar. *The Collaboration Between Oskar Morgenstern and John von Neumann on the Theory of Games*. *Journal of Economic Literature*. 1976; 14(3):805-816.

Nagel, Ernest. Newan J. R. *El teorema de Gödel*. Madrid: Tecnos; 1958.

Neumann, John von. Morgenstern, Oskar. *Theory of games and economic behavior*. Princeton. Princeton University Press; 1963.

Rawls John. *A Theory of Justice*. Cambridge MA: Harvard University Press; 1966.

Robbins, Lionel. *Ensayo sobre la naturaleza y la significación de la ciencia económica*. Mexico: FCE; 1951.

Scarf, H. *Mathematical Programming and Economic Theory*. Operations Research. 1990; 38(9):377-385.

Schwalbe, Ulrich. Walker, Paul. *Zermelo and the Early History of Game Theory*. Games and Economic Behavior. 2001; 34:123-137.

Sen, Amartya. *The Impossibility of a Paretian Liberal*. Journal of Political Economy. 1970; 78(1):152-157.

Sugden, Robert. *Rational Choice: A survey of contribution from economic and philosophy*. The Economic Journal. 1991; 101(407):751-785.

Velupillai, K. Vela. *The Unreasonable ineffectiveness of mathematics in economics*. Cambridge Journal of Economics. 2005; 29(6):849-872.

---. *Variations on the Theme of Coining in Mathematica Economics*. Journal of Economic Surveys. 2007; 21(3):466-505.

Weintraub, E. Roy. *General Equilibrium Analysis. Studies in Appraisal*. Michigan: The University Michigan Press; 1993

---. *How economics became a mathematical science*. Duke University Press; 2002.

---. *On the Existence of a Competitive Equilibrium: 1930-1954*. Journal of Economic Literature. 1983; 21:1-39.

---. *Stabilizing Dynamics: Constructing Economic Knowledge*. Cambridge: Cambridge University Press; 1991.